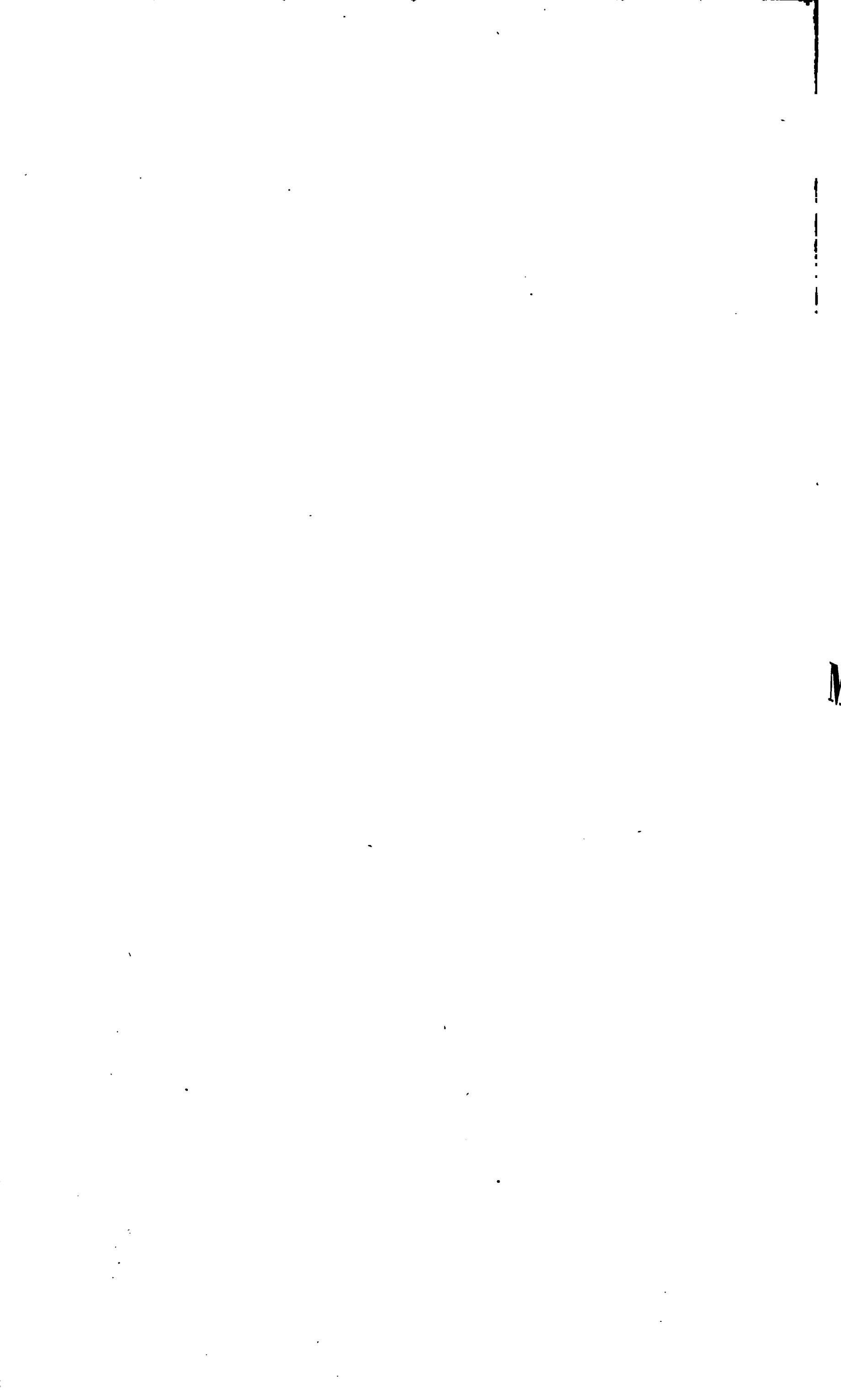



BERKELEY
LIBRARY
UNIVERSITY OF
CALIFORNIA
16851

California [illegible]



THÉORIE

DE LA

MACHINE A VAPEUR.

SE VEND AUSSI :

A BORDEAUX,

Chez GASSIOT, Libraire, Fossés de l'Intendance, 61.

A LEIPZIG,

Chez MICHELSEN, Libraire.

IMPRIMERIE DE BACHELIER,
rue du Jardinet, n° 12.

THÉORIE

DE LA

MACHINE A VAPEUR.

Ouvrage

Destiné à prouver l'inexactitude des méthodes en usage pour évaluer les effets ou les proportions des machines à vapeur; et à y substituer une série de formules analytiques, propres à déterminer la vitesse d'une machine donnée sous une charge connue, sa charge par une vitesse fixée, sa vaporisation pour des effets voulus, sa force en chevaux, son effet utile pour une consommation connue d'eau et de combustible, la charge ou la détente qu'il faut lui donner pour lui faire produire son maximum d'effet utile, etc., etc.;

SUIVI D'UN

APPENDICE

Contenant de courtes notions destinées aux personnes peu familiarisées avec les signes algébriques, et ayant pour but de leur rendre parfaitement clair et facile l'usage des formules.

PAR LE CHEV. F.-M. G. DE PAMBOUR,

ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

ANCIEN OFFICIER AUX CORPS ROYAUX DE L'ARTILLERIE ET DE L'ÉTAT-MAJOR.

PARIS,

BACHELIER, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

POUR LES MATHÉMATIQUES.

QUAI DES AUGUSTINS, 55.

1839

Tout exemplaire du présent Ouvrage qui ne porterait pas, comme ci-dessous, la signature du Libraire-Éditeur, sera contrefait. Les mesures nécessaires seront prises pour atteindre, conformément à la loi, les fabricans et les débitans de ces Exemplaires.

Bachelier

INTRODUCTION.

Dans le *Traité des Locomotives*, dont la première édition française parut au commencement de 1835, nous avons exposé les bases d'une nouvelle théorie de la machine à vapeur. Nous nous sommes alors contenté d'en faire l'application aux machines locomotives, parce que le sujet nous y contraignait; mais nous avons annoncé toutefois, que cette théorie n'était pas moins nécessaire pour calculer avec exactitude, soit les effets, soit les proportions des autres machines à vapeur de tout genre et de tout système.

Aussitôt après la publication de ce Traité, la théorie dont nous parlons fut adoptée dans plusieurs ouvrages. Un illustre membre de l'Institut, dont les sciences ont eu récemment à déplorer la perte, M. Navier, qui venait de publier dans les *Annales des Ponts-et-Chaussées* de 1835, un Mémoire sur l'emploi des machines locomotives, reprit immédiatement ce travail, et présenta en 1836, dans le même recueil scientifique, un nouveau Mémoire, dans lequel il reconnaissait l'exactitude de la théorie

que nous venions d'introduire, et où il abandonnait, en conséquence, les procédés ordinaires de calcul pour leur substituer les nôtres. Le professeur anglais Whewell, dont le nom est bien connu dans les sciences, inséra de même les principes de cette théorie dans la 3e édition de son *Traité de Mécanique;* plusieurs ingénieurs en firent la base de leurs calculs pour l'établissement des machines locomotives sur les chemins de fer qu'ils proposaient; et enfin, au moment où cet ouvrage paraît, nous trouvons que M. Wood, dans la 3e édition de son *Traité sur les Chemins de fer,* Londres 1838, vient de l'adopter également (pages 555—577), sans mentionner, il est vrai, la source où il l'a puisée, mais en reproduisant littéralement nos formules et en leur conservant même les lettres employées dans notre ouvrage.

Cependant nous n'avions encore développé cette théorie que dans son application aux locomotives, et elle n'avait été considérée par ceux qui l'avaient admise après nous, que comme une théorie spécialement propre à ces machines. Il restait donc d'abord à la démontrer d'une manière générale, et ensuite à l'appliquer aux diverses espèces de machines en usage. Mais comme, dans les locomotives, l'action de la vapeur est extrêmement simple, puisqu'on n'y emploie ni la détente ni la condensation, et qu'en outre, ces machines sont à mouvement continu,

il restait beaucoup à faire pour établir les formules convenables à tous les autres systèmes de machines à vapeur. Tel fut le but d'une série de Mémoires que nous présentâmes à l'Académie des Sciences de l'Institut, dès le commencement de 1837, et auxquels ce corps illustre voulut bien accorder son approbation, en reconnaissant que la priorité nous appartenait relativement à la théorie en question.

Ce sont ces travaux que nous publions en ce moment, après leur avoir donné le développement dont ils nous ont paru susceptibles. Nous commencerons donc cet ouvrage par des preuves de l'inexactitude de la théorie employée avant nous. Ensuite, nous passerons à l'exposition générale des principes qui règlent l'action mécanique de la vapeur, en y ajoutant une nouvelle loi, celle de la conservation du maximum de densité de la vapeur pour sa température, à laquelle nous avons été conduit par un nombre très considérable d'observations, et qui permet de tenir compte du changement de température de la vapeur pendant son action dans la machine, ce qu'on n'avait pu faire jusqu'à présent. Dans les chapitres suivants, nous exposerons d'abord la théorie analytique de la machine à vapeur prise dans sa généralité, puis son application particulière à tous les divers systèmes de machines en usage. Dans cette partie de l'ouvrage se trouveront traités différents problèmes importants dont

la solution n'était pas encore acquise à la science, comme : le moyen de déterminer le frottement propre des machines; le calcul de la vitesse du piston pour une charge donnée, qui était resté impossible dans la théorie ordinaire; la détermination de la charge et de la détente qu'il faut donner à une machine pour lui faire produire son maximum d'effet utile; la recherche du contrepoids correspondant au maximum d'effet utile dans les machines à simple effet et dans les machines atmosphériques, etc. Du reste on remarquera qu'à l'exception d'une partie du chapitre II, concernant quelques lois connues sur les propriétés de la vapeur, tout le reste de l'ouvrage résulte exclusivement de la théorie proposée, et par conséquent se trouve entièrement neuf.

Pour faire de cet ouvrage un traité pratique, il aurait fallu y joindre une série d'expériences propres à déterminer la valeur précise du frottement des machines et des autres constantes qui figurent dans les formules. Mais nous avons cru pouvoir nous arrêter, pour l'instant, à ce qui forme la *théorie* proprement dite de la machine à vapeur, et c'est pourquoi nous avons conservé ce titre à l'ouvrage. Plus tard, nous comptons y ajouter ce complément important; mais on verra du moins, par les exemples de calcul que nous donnons pour chaque machine, que les déterminations approximatives dont nous nous sommes servi provisoirement pour les constan-

tes, peuvent déjà conduire à des résultats très voisins de la vérité, et suffisamment exacts pour les besoins ordinaires de la pratique.

La manière incorrecte dont on a calculé jusqu'ici les effets ou les proportions des machines à vapeur, nous paraît la cause principale de ces désappointements continuels éprouvés à l'essai des machines, et des procès qui en ont été la suite entre les acquéreurs et les constructeurs de machines. On croyait pouvoir assigner d'avance les effets quep roduirait une machine en construction; mais l'expérience démontrait bientôt qu'on ne pouvait être assuré de remplir un but déterminé, qu'autant que la machine était exactement calquée sur une autre déjà éprouvée, et que, dans tout autre cas, on restait dans le vague sur ses effets réels. Si donc, dans la crainte de livrer une machine trop faible, on lui donnait à dessein un excès de force, il arrivait qu'elle dépensait cette force en pure perte, et qu'ainsi elle ne travaillait point avec toute l'économie à laquelle on s'était attendu; si, au contraire, elle se trouvait trop faible, alors elle était incapable d'exécuter la tâche qui lui était imposée, et il fallait renoncer à son emploi; ou bien, reconnaissant l'insuffisance de la machine, ceux qui étaient chargés de la conduire, cherchaient à suppléer à son manque de force en augmentant la pression dans la chaudière, c'est-à-dire en chargeant ou même en fixant tout-à-fait les soupapes de sûreté,

et alors de terribles explosions en étaient souvent le résultat. C'est ainsi que sur des bateaux à vapeur trop faibles pour remonter les courants sur lesquels ils devaient naviguer, la vie d'un grand nombre de personnes a été compromise.

D'un autre côté, les calculs analytiques par lesquels nous remplaçons les méthodes anciennes, sont réduits à des formes si simples, qu'ils ne peuvent offrir le moindre embarras dans les applications, et nous n'avons pas craint de nous exposer à quelques répétitions pour en rendre l'usage encore plus clair et plus commode. Nous pensons donc que ces recherches pourront convenir également aux ingénieurs et aux praticiens, et l'importance du sujet nous fait espérer qu'elles pourront rendre quelque service.

Comme, dans cet ouvrage, nous aurons de fréquentes occasions de passer des mesures anglaises aux mesures françaises, nous joignons ici une table de transformation pour cet objet. Les bases qui ont servi à la calculer, sont extraites de l'*Annuaire du Bureau des Longitudes* pour 1837.

Table de transformation des mesures anglaises en mesures françaises.

Nombres.	POUCES en centimètres.	PIEDS en mètres.	MILLES en kilomètres.	PIEDS CARRÉS en mètres carrés
1	2.5400	0.3047945	1.6093	0.09290
2	5.0799	0.6095890	3.2186	0.18580
3	7.6199	0.9143835	4.8279	0.27870
4	10.1598	1.2197680	6.4373	0.37160
5	12.6998	1.5239724	8.0466	0.46450
6	15.2397	1.8287669	9.6559	0.55740
7	17.7797	2.1335614	11.2652	0.65030
8	20.3196	2.4383559	12.8745	0.74320
9	22.8596	2.7431504	14.4838	0.83610
10	25.4000	3.0479450	16.0930	0.92900

Table de transformation des mesures anglaises en mesures françaises.

NOMBRES.	PIEDS CUBES en mètres cubes.	LIVRES en kilogrammes.	TONNES en tonneaux de 1000 kilogr.	LIVRES par pouce carré en kilogrammes par centimètre carré.
1	0.028314	0.4534148	1.015649	0.0702774
2	0.056628	0.9068296	2.031298	0.1405548
3	0.084942	1 3602444	3.046947	0.2108322
4	0.113256	1.8136592	4.062596	0.2811096
5	0.141570	2.2670740	5.078245	0.3513870
6	0.169884	2.7204888	6.093894	0.4216644
7	0.198198	2.1739036	7.109543	0.4919418
8	0.226512	3.6273184	8.125192	0.5622192
9	0.254826	4.0807332	9.140841	0.6324966
10	0.283140	4.5341480	10.156490	0.7027740

TABLE DES MATIÈRES.

CHAPITRE III.

THÉORIE GÉNÉRALE DE LA MACHINE A VAPEUR.

CHAPITRE IV.

MACHINES A HAUTE PRESSION.

CHAPITRE V.

MACHINES LOCOMOTIVES.

CHAPITRE VI.

MACHINES ROTATIVES OU A DOUBLE EFFET, DE WATT.

CHAPITRE VII.

MACHINES DE CORNOUAILLES A DOUBLE EFFET.

CHAPITRE VIII.

MACHINES DE WOOLF OU D'EDWARDS.

CHAPITRE IX.

MACHINES D'ÉVANS.

CHAPITRE X.

MACHINES DE WATT A SIMPLE EFFET.

CHAPITRE XI.

MACHINES DE CORNOUAILLES A SIMPLE EFFET.

CHAPITRE XII.

MACHINES ATMOSPHÉRIQUES.

ERRATA.

			au lieu de	*lisez*
Pag	11	lig. 3me avant-dernière..........	5650	3390
	45	5me avant-dernière.........	5473	6473
	185	avant-dernière formule.........	10,000	10,000S
	190	2me avant-dernière formule.....	*pv'*	*p'v*
	191	2me formule..................	$p'v$ et gv^2	$p'v'$ et gv'^2
	257	1re formule; *au lieu de* l'espace blanc laissé au dénominateur...............	*lisez*	[(1+δ

THÉORIE

DE LA

MACHINE A VAPEUR.

CHAPITRE PREMIER.

PREUVES DE L'INEXACTITUDE DES MÉTHODES ORDINAIRES DE CALCUL.

§ 1er. *Mode de calcul en usage jusqu'ici.*

Le but de cet ouvrage est de démontrer que le calcul des effets ou des proportions des machines à vapeur, tel qu'il est employé dans la pratique, ou indiqué par les auteurs qui ont traité ce sujet, est entièrement fautif, et de développer une nouvelle théorie qui mène à des résultats exacts. Nous devons donc nécessairement consacrer le premier chapitre à prouver l'inexactitude des méthodes ordinaires de calcul, et nous passerons ensuite successivement au développement de la théorie proposée et à son application aux divers systèmes de machines à vapeur en usage.

L'effet produit par une machine se compose de deux éléments : la résistance qu'elle met en mouvement et la vitesse qu'elle communique à cette résistance. Il en résulte que les calculs qui

se présentent d'abord dans l'application des machines, se rapportent aux deux problèmes suivants :

1°. La machine étant supposée construite, et la vitesse de son mouvement donnée, déterminer la résistance qu'elle pourra mouvoir;

2°. La machine étant supposée construite, et la résistance qu'elle a à mouvoir étant connue, déterminer la vitesse qu'elle communiquera à cette résistance.

Ensuite, un troisième problème se présente encore: et il est la conséquence naturelle des deux premiers, savoir :

3°. La résistance à mouvoir étant connue, ainsi que la vitesse qu'il est nécessaire de lui communiquer, déterminer les dimensions qu'il convient d'adopter dans la construction de la machine pour qu'elle produise cet effet. Dans les machines à vapeur, le troisième problème revient à déterminer les dimensions de la chaudière, ou, si l'on veut, la vaporisation dont elle doit être capable, pour obtenir les effets voulus.

Ces trois problèmes forment la base de tout le calcul des machines à vapeur. Ils peuvent se modifier de diverses manières, et donner lieu à plusieurs questions dont nous nous occuperons plus loin; mais la solution de ces questions dépendra toujours de celle des trois problèmes fondamentaux dont nous venons de parler. Ainsi, par exemple, trouver l'effet utile d'une machine dont on

compte les coups de piston, c'est-à-dire dont on connaît la vitesse, revient à déterminer la résistance qu'elle peut mouvoir à cette vitesse, puisque, cette résistance une fois connue, il suffira de la multiplier par la vitesse donnée pour avoir l'effet utile cherché. La force en chevaux d'une machine, et son effet pour un poids donné de combustible n'étant que l'effet utile de la machine rapporté à des unités particulières, savoir la force d'un cheval comme force produite, ou la consommation d'une unité de combustible comme force appliquée, il est clair que ces questions retomberont dans celle de l'effet utile dont on vient de parler. C'est d'ailleurs ce qui se reconnaîtra facilement quand nous traiterons spécialement de ces questions.

Ainsi toutes les recherches relatives aux machines à vapeur se traduisent en définitive dans les trois recherches que nous avons énoncées : trouver la charge, trouver la vitesse, trouver la vaporisation.

Le seul mode de calcul en usage jusqu'ici, pour estimer, soit l'effort dont est capable une machine à vapeur, soit l'effet utile qu'elle peut produire, est de faire d'abord le calcul en supposant que la vapeur agit dans le cylindre avec la même force élastique que dans la chaudière, et sans tenir compte du frottement de la machine; puis de réduire le résultat dans une certaine proportion indiquée par une fraction constante. Cette

méthode, que nous appellerons méthode des coefficients, résulte de ce que, n'ayant aucun moyen de connaître *à priori* la pression de la vapeur dans le cylindre, on devait nécessairement la supposer d'abord égale à celle de la chaudière. Mais comme le résultat ainsi obtenu, et qu'on appelait résultat *théorique*, se trouvait toujours de beaucoup supérieur aux résultats *pratiques* auxquels on le comparait, on reconnaissait qu'une réduction était nécessaire.

La nécessité de cette réduction ne pouvait être attribuée qu'à deux causes : 1°. à ce que, dans le calcul, on avait négligé le frottement de la machine; et 2°. à ce qu'on n'y avait pas tenu compte des pertes résultantes des cinq causes suivantes : le rétrécissement des passages, les coudes des conduits, le frottement de la vapeur dans les tuyaux, les fuites de vapeur et la condensation. Et comme ces causes paraissaient devoir agir d'une manière semblable, non-seulement dans la même machine, tant qu'on n'y faisait pas varier les passages de la vapeur, mais dans les machines d'un même système, il était naturel de penser qu'elles produiraient sur le résultat définitif du calcul, une réduction proportionnée à sa valeur totale.

Par conséquent, on croyait pouvoir arriver au résultat réel, en réduisant le résultat théorique dans une certaine proportion constante. D'autre part, on avait observé que le rapport des effets théoriques aux effets pratiques, n'était pas le

même dans les divers systèmes de machines à vapeur; on avait donc été conduit à admettre en outre un coefficient différent pour chaque système.

Ce mode était le plus naturel, et il était même le seul à suivre, tant qu'on n'avait pas de moyen de déterminer à l'avance quelle serait la pression réelle de la vapeur dans le cylindre, sous des conditions données. Aussi, quoique notre but soit de démontrer les erreurs qui résultent de l'application de ce calcul, et de substituer un autre à sa place, nous sommes loin de vouloir déprécier les ouvrages où il se trouve développé. Sans doute on devait fort bien savoir que ce mode, par cela même qu'il consistait dans l'emploi d'un coefficient pour représenter en bloc des effets qui n'avaient jamais été l'objet d'une mesure directe, ne pouvait être qu'une approximation, qu'une méthode d'attente. On ne l'employait que comme on se sert d'un instrument mauvais jusqu'à ce qu'on en ait un meilleur. Plusieurs des ouvrages où il est expliqué reconnaissent en même temps que la théorie de la machine à vapeur est encore inconnue ou imparfaitement étudiée. D'ailleurs tous ces ouvrages ne traitent pas la question d'une manière entièrement semblable; ce qui fait que ce que nous allons dire ne pourrait s'adresser à tous également. Ainsi, nous désirons que l'on comprenne parfaitement que c'est pour établir l'exactitude de la méthode que nous allons propo-

ser, et non pour attaquer d'autres écrits, que nous comparerons ensemble les deux calculs lorsqu'il sera nécessaire.

Pour revenir à la méthode en usage, voici comment on procédait. On calculait l'effort appliqué sur le piston, en supposant la pression de la vapeur dans le cylindre égale à la pression dans la chaudière, c'est-à-dire qu'on multipliait l'aire du piston par la pression de la chaudière, ce qui donnait l'effort appliqué par la machine; puis on multipliait cet effort par la vitesse du piston, et l'on avait ainsi l'effet *théorique* de la machine. Ensuite on comparait le résultat de ce calcul avec celui de quelques expériences faites sur des machines du même genre, et le rapport entre les résultats fournissait un coefficient fractionnaire, qu'on regardait comme le rapport constant entre les effets théoriques et les effets pratiques, pour toutes les machines du même système.

En supposant, par exemple, une machine sans détente, et appelant a l'aire du cylindre, ϖ la pression de la vapeur par unité de surface dans la chaudière, et v la vitesse donnée du piston; $a\varpi$ était l'effort exercé, et $a\varpi v$ était l'effet théorique qui devait se produire. Si donc l'expérience, au lieu de donner un effet égal à $a\varpi v$, n'en donnait qu'une certaine fraction que nous exprimerons par k, on admettait le coefficient k comme représentant le rapport constant entre les effets théorique et pratique. De sorte que l'effet utile

d'une machine sans détente était représenté par

$$ka\varpi v;$$

ou bien l'effort théorique de la machine étant exprimé par $a\varpi$, son effort utile, ou la résistance que pouvait mouvoir le piston, était représenté par

$$a\mathrm{R} = ka\varpi,$$

en exprimant par R cette résistance supposée répartie par unité de la surface du piston.

Telle était la solution du premier des trois problèmes que nous venons d'énoncer. Le second, celui qui consiste à déterminer la vitesse, n'avait été l'objet d'aucune recherche par le mode de raisonnement que nous venons d'exposer.

Le troisième problème, savoir la détermination de la vaporisation d'eau nécessaire à la production d'un effet donné, avait été résolu d'une manière semblable au premier. La règle consistait à calculer le volume décrit par le piston, et à supposer que ce volume avait été rempli de vapeur à la même pression que dans la chaudière, puis à appliquer encore un coefficient constant. En général, on employait le coefficient qui avait été déterminé dans le problème précédent, mais on l'appliquait en diviseur, dans le but d'augmenter la vaporisation en proportion des pertes qui étaient représentées par ce coefficient.

Ainsi, les notations précédentes étant conservées, et m exprimant en outre le volume de la vapeur formée sous la pression de la chaudière, rapporté au volume de l'eau qui l'a produite, on voit que le volume décrit par le piston pendant l'unité de temps était av. D'après la signification de la lettre m, ce volume de vapeur représentait un volume d'eau exprimé par

$$\frac{av}{m};$$

mais comme il était censé se faire une perte représentée par la fraction ou coefficient k, le volume d'eau réellement nécessaire pour suffire à la dépense $\frac{av}{m}$, devait être

$$S = \frac{av}{km}.$$

Tel était donc le calcul en usage; on voit qu'il était censé résoudre deux seulement des trois problèmes fondamentaux des machines. Nous reviendrons plus loin sur ce qui concerne la détermination de la vitesse du piston sous une charge donnée.

Outre ce qui vient d'être dit, les idées reçues relativement à la pression de la vapeur dans le cylindre, consistaient à penser que la pression dans la chaudière étant donnée et fixe, on pouvait à son gré faire varier la pression dans le cylindre, et y produire toutes les pressions qu'on

voudrait, inférieures, toutefois, à celle de la chaudière, en rétrécissant plus ou moins l'orifice des passages de la vapeur; et l'on croyait que, quand cet orifice était entièrement ouvert, avec l'aire qu'on est dans l'usage de lui donner dans les machines fixes, savoir, $\frac{1}{25}$ de l'aire du cylindre, la pression de la vapeur dans le cylindre ne pouvait différer que d'une quantité fort petite de la pression dans la chaudière.

Cependant comme l'*indicateur* de Watt, appliqué au cylindre de plusieurs machines, y avait démontré une certaine diminution de pression comparativement à celle de la chaudière, les auteurs qui tenaient compte de ce fait, sans en voir la véritable cause, le regardaient encore comme susceptible d'être exprimé par un coefficient constant, et c'était l'un des éléments qui entraient dans l'explication de leur coefficient définitif. Ainsi, dans tous les cas, la pression du cylindre était considérée comme égale ou proportionnelle à celle de la chaudière, et par conséquent comme constante, tant que la pression de la chaudière ne changeait pas, mais nullement réglée par la résistance, et variable avec elle, quelle que soit la pression de la chaudière, comme nous montrerons qu'elle l'est réellement.

§ 2. *Premières objections contre cette théorie.*

Les objections qui se présentent d'abord contre cette manière de calculer et de raisonner, sont les suivantes :

1°. Le coefficient adopté comme représentant le rapport des effets théoriques aux effets pratiques dans les machines à haute pression, était 0.33; et on l'expliquait en disant que le reste, ou 0.66 de la force totale développée, était absorbé par les frottements et les pertes. Ce n'était pas qu'on eût mesuré ces frottements et ces pertes, et qu'on les eût trouvés tels; c'était seulement qu'il s'en manquait de cela que le calcul que l'on avait fait, et qui pouvait être inexact dans son principe même, ne coïncidât avec l'expérience.

Mais pour se convaincre de l'impossibilité qu'il y aurait de justifier une telle assertion sur la valeur des frottements ou pertes, il suffit d'examiner l'explication qu'essaie d'en donner l'auteur anglais Tredgold, qui suit aussi cette méthode.

Il indique qu'on doit faire une déduction de 4 dixièmes sur la pression *totale* de la vapeur (pression atmosphérique comprise), ce qui revient à une réduction exprimée par 0.5 sur la pression *effective* ordinaire de ces machines; et voici comment il explique cette perte dans l'effet produit (1).

Force nécessaire à l'introduction de la vapeur dans le cylindre	0.007
Force nécessaire pour chasser la vapeur dans l'atmosphère	0.067

(1) Tredgold, *Traité des Machines à vapeur*, page 304 de la traduction française, article 367.

Ci-contre...	0.014
Perte par le refroidissement dans le cylindre et dans les tuyaux....................	0 016
Frottement du piston, pertes et fuites......	0.200
Force nécessaire pour l'ouverture des soupapes et le frottement des parties de la machine..........................	0.062
Perte par suite de ce que la vapeur est interceptée avant la fin de la course..........	0.100
	0.392

Quand on fera attention que les nombres donnés ici expriment des fractions de la force *brute totale* de la machine, on se convaincra facilement de l'impossibilité d'admettre de semblables évaluations. Si, par exemple, la machine avait un effet *utile* de 100 chevaux, ce qui, d'après le coefficient, lui suppose un effet brut de 200, il faudrait 12 chevaux pour mouvoir le mécanisme, 40 pour tirer le piston, etc. L'exagération est évidente d'elle-même.

D'ailleurs, en appliquant cette évaluation des frottements à une machine locomotive qui est aussi une machine à haute pression; et supposant qu'elle travaille à 60 livres de pression effective ou 75 livres de pression *totale* par pouce carré, on voit que si les cylindres avaient 12 pouces de diamètre ou 226 pouces carrés de surface, la force comptée ici comme représentant le frottement du piston, serait de $226 \times 75 \times 0.20 = 5650$ livres. Or, nos propres expériences sur le frottement des organes mécaniques de la machine locomotive

Atlas, qui a ces dimensions et qui travaille à cette pression, démontrent que la force nécessaire pour mouvoir, non-seulement les deux pistons, mais encore tous les autres organes mécaniques, et y compris les fuites, s'il est vrai qu'il y en ait dans une machine en bon état, n'est que de 48 livres appliquées à la roue, ou de $48 \times 5.9 = 283$ livres appliquées sur le piston (*Traité des Machines Locomotives*).

Il est, par conséquent, impossible d'admettre des évaluations aussi exagérées; et que sera-ce donc quand il faudra expliquer, non une perte de moitié, mais des deux tiers dans l'effet produit, comme l'exige le coefficient 0.33 forcément adopté dans la pratique pour les machines locomotives?

2°. Il y a plus encore, cette réduction de $\frac{2}{3}$, toute considérable qu'elle est, n'est pas même assez dans un grand nombre de cas, pour mettre en harmonie les effets pratiques avec les effets appelés théoriques.

On peut lire dans l'ouvrage de l'auteur anglais Wood (1), le calcul de cinq machines, non pas locomotives, mais stationnaires, dont deux à basse pression et trois à haute pression, dans lesquelles les effets réels ne sont aux effets théoriques que dans les proportions représentées par les coefficients suivants :

0.256 — 0.288 — 0.309 — 0.27 et 0.30

(1) *A practical Treatise on railroads*. 2e éd., p. 277-84.

Ainsi voilà des exemples où il faudrait expliquer dans la machine une perte des trois quarts de sa force totale.

Mais, pour les locomotives, la difficulté devient plus grande encore, car on trouve souvent, quand la charge de la machine est légère, qu'il faudrait lui appliquer un coefficient moindre même que 0.25; et cependant dans ces machines, les conduits de la vapeur ont une aire de $\frac{1}{10}$ au lieu de $\frac{1}{25}$ de l'aire du cylindre; ils sont plongés dans la vapeur même de la chaudière, ce qui rend toute fuite impossible; et les cylindres sont en contact avec de la flamme du foyer, ce qui ne permet aucune condensation. Ainsi il ne reste que le frottement pour expliquer l'énorme perte de plus de 0.75 qu'elles subiraient; et ce frottement mesuré par nous-mêmes, ne s'élève jamais au-delà de 0.18 de ce qu'on nomme l'effet théorique de la machine, ainsi qu'on le verra plus loin.

3°. Nous venons de dire que pour les locomotives le coefficient devrait, dans certains cas, se réduire au-dessous de 0.25. Mais dans d'autres cas, au contraire, on trouve que pour la même machine, il devrait s'élever à 0.80, comme on peut en trouver des exemples dans notre *Traité des Locomotives*, pour tous les cas où la machine tirait des charges considérables. Ainsi toute la perte si péniblement expliquée précédemment, se trouve avoir disparu tout à coup.

4°. La mesure de l'effet théorique de la machine

résulte de trois éléments, savoir : la surface du piston, la pression de la vapeur, et la vitesse du mouvement. Les six causes par lesquelles on explique la réduction qu'éprouve cet effet théorique sont : le frottement de la machine d'abord, et ensuite le retrécissement des passages, les coudes des conduits, le frottement de la vapeur, les fuites de vapeur et la condensation. Or de ces cinq dernières causes, il n'y a que la condensation qui puisse diminuer la *pression* de la vapeur pendant son passage, et cette condensation est à peu près entièrement obviée par les précautions adoptées dans la pratique : toutes les autres causes de réduction n'agissent que sur sa vitesse. Donc, si ces causes produisent définitivement une réduction dans l'effet théorique, ce ne peut être qu'en raison de leur action sur la vitesse.

Mais quand on veut calculer l'effet théorique dans cette méthode, on multiplie d'abord l'aire du piston par la pression de la vapeur dans la chaudière, ce qui donne l'effort théorique; puis ensuite on multiplie ce résultat, non par la vitesse *théorique* de la machine, que l'on ne connaît pas, mais par sa vitesse *observée* ou pratique. Donc toute réduction applicable à la vitesse théorique se trouve, par cela même, faite déjà dans le calcul, et ne peut y être introduite de nouveau.

Par conséquent, si malgré l'usage qu'on a fait de la vitesse pratique dans le calcul, on est encore obligé de retrancher les $\frac{2}{3}$ ou les $\frac{3}{4}$ du résultat ob-

tenu, il faut que cette perte des $\frac{3}{4}$ de l'effet total soit entièrement due au frottement, ce qui est évidemment impossible.

Il est donc clair que ces différences inexplicables entre la théorie et les faits, ne peuvent provenir que d'une erreur dans cette théorie elle-même, que les résultats qu'elle produit ne peuvent être considérés tout au plus que comme des approximations, et non comme susceptibles de faire connaître d'une manière exacte et analytique, soit les effets, soit les proportions des machines.

§ 3. *Autres formules également proposées pour déterminer la vitesse du piston sous une charge donnée; et preuves de leur inexactitude.*

Nous avons dit que dans la théorie précédente, la vitesse du piston sous une charge donnée, n'avait pas été l'objet d'une recherche spéciale. Quelques essais avaient été entrepris à cet égard, mais par une route différente.

1°. Tredgold, dans son ouvrage sur les machines à vapeur, entreprend de calculer la vitesse du piston par des considérations déduites de la vitesse d'écoulement d'un gaz de certaine densité dans un gaz de densité moindre (1). Il dit que le piston résistant avec une certaine force r, on peut

---

(1) *Traité des Machines à vapeur,* articles 127 et suivants, pages 151-157 de la trad. française.

remplacer cette force par une colonne homogène de vapeur, dont le poids produisait la même pression *r*. D'autre part, la vapeur dans la chaudière est aussi à une pression connue *p*. On a donc deux gaz à pressions différentes en communication l'un avec l'autre; et ainsi la vitesse d'écoulement de la vapeur de la chaudière, en repoussant le piston, sera la même que la vitesse d'écoulement d'un gaz à la pression *p* qui s'écoulerait dans un gaz à la pression *r*. « Par » conséquent, dit-il, si la hauteur de la colonne » de vapeur équivalente à la pression de la va» peur dans la chaudière, est déterminée, ainsi » que celle de la colonne de vapeur équivalente » à la pression qu'éprouve le piston du cylindre à » vapeur, alors la vitesse sera (par seconde et en » mesures françaises, après réduction de $\frac{1}{5}$ pour » contraction d'orifice) égale à 3.6 fois la racine » carrée de la différence entre les deux hauteurs. » Ce résultat donne la vitesse dans un tube rec» tiligne. En mesures anglaises, c'est $8\sqrt{h}$, qui » se réduit selon la contraction des ouvertures à » 5 ou à $6.5\sqrt{h}$. »

Il est facile de faire voir que ce calcul ne donne nullement la vitesse que prendra le piston; car ceci suppose la chaudière remplie d'une quantité inépuisable de vapeur, puisque le gaz qui s'écoule est supposé rester toujours à la pression invariable *p*, quelle que soit la dépense du cylindre. C'est

donc à dire que, quelque grande que tende à être la vitesse d'écoulement en vertu de la différence des deux pressions, on considère que la chaudière pourra toujours entretenir la vapeur au même degré de pression, ou reproduire à l'instant celle qui en aura été enlevée. Ce pourrait donc être la vitesse, si cette condition se trouvait remplie; mais, dans la réalité, il est clair que la vitesse sera bientôt limitée par la quantité de vapeur que peut fournir la chaudière par minute. Si cette production de vapeur suffit, par exemple, à remplir 200 fois le cylindre par minute, il y aura 200 coups de piston; si elle suffit à le remplir 300 fois il y aura 300 coups de piston; et enfin, si l'on suppose que la production de vapeur soit assez considérable pour suffire à la vitesse ci-dessus, qui est la plus grande possible pour des gaz ayant ces pressions respectives, alors cette vitesse s'établira, et non avant.

La formule qu'on vient de citer, donne donc le *maximum* de vitesse possible en non la vitesse réelle. S'il en était autrement, il serait indifférent qu'une machine eût une grande ou une petite chaudière, qu'elle produisît une énorme ou une très petite quantité de vapeur par minute, la vitesse serait toujours la même. Aussi ce calcul ne se trouve-t-il d'accord avec aucun fait pratique.

Si nous prenons pour exemple une machine travaillant à la pression *totale* dans la chaudière

de 67 livres par pouce carré, ou 4.5 atmosphères (pression atmosphérique comprise), comme une colonne d'eau de 33 pieds (anglais) fait équilibre à l'atmosphère; on voit que pour représenter 4.5 atmosphères, il faudrait 148.5 pieds d'eau; et comme la vapeur produite sous la pression totale de 4.5 atmosphères, occupe à peu près 435 fois le volume du même poids d'eau; la colonne homogène de vapeur qui exercerait la même pression, serait de 64,598 pieds. Cela posé, supposons que la même machine supporte une résistance sur le piston, de 45 livres par pouce carré, ou 3 atmosphères, ce qui représente une colonne de vapeur de 43,066 pieds de hauteur. On voit que, d'après le théorème ci-dessus, la vitesse que prendrait alors le piston, serait en pieds anglais par seconde

$$5\sqrt{21{,}532} = 734 \text{ pieds.}$$

Or, lorsqu'une machine locomotive, telle qu'*Atlas*, à roues de 5 pieds, course du piston 16 pouces, et avec 2 cylindres de 12 pouces de diamètre, tire un train de 90 tonnes à la vitesse de 20 milles par heure, avec 50 livres de pression *effective* par pouce carré dans la chaudière, elle est précisément dans ce cas. En effet, la résistance de 90 tonnes étant de 630 lbs, celle de l'air de 134 livres, et le frottement *total* de la machine de 228 lbs, on a en tout une résistance de 992 livres à la vitesse de la roue, ou bien de $992 \times 5.9 = 5{,}853$

livres, à la vitesse du piston. Cette résistance, répartie entre les 226 pouces carrés de surface des pistons, donne 26 livres par pouce carré; et ajoutant pour la pression de l'atmosphère 15 livres, et pour la pression de la tuyère 4 lbs environ, on a 45 lbs pour la résistance totale par pouce carré, opposée au mouvement du piston.

Dans ce cas, nous avons dit que la vitesse réelle de la machine est de 20 milles par heure, ou, si l'on veut, que celle du piston est de 5 pieds par seconde. La formule ci-dessus devrait donc aussi donner pour résultat 5 pieds par seconde, et elle donne 734, ce qui fait 147 fois autant.

A l'égard des formules qu'on pourrait tenter de déduire de considérations semblables à celles qui précèdent, c'est-à-dire de l'écoulement d'un gaz à la pression de la chaudière, dans un gaz à la pression de la résistance, nous devons dire ici, indépendamment de tout autre motif, que la théorie de l'écoulement des gaz ne nous paraît pas en ce moment assez avancée pour amener à un résultat certain à cet égard.

En effet, la théorie du mouvement des fluides suppose ce qu'on appelle le parallélisme des tranches; pour la simplifier, on l'applique ordinairement en considérant l'orifice du passage comme infiniment petit. Le coefficient de correction qu'on y emploie est celui que l'expérience a indiqué pour les liquides, ou pour des différences de pression peu considérables dans les gaz. On ne

peut pas y tenir compte d'une manière nette, de 3 réductions de diamètre, et de 5 coudes à angle droit, mais arrondis, qui ont lieu dans le tuyau de conduite de la vapeur. On n'y peut non plus faire entrer avec certitude le frottement de la vapeur à une grande vitesse dans un tuyau étroit et d'une grande longueur. Enfin, on calcule le plus souvent, dans la supposition d'un fluide semblable à l'eau, qui conserverait la même densité jusqu'à la sortie du tuyau, tandis que dans le tuyau de conduite de la vapeur, la pression varie considérablement dans toute son étendue, étant en équilibre à chacun de ses bouts, avec la chaudière d'une part et avec le cylindre de l'autre.

Ce calcul engage donc dans des difficultés en quelque sorte inextricables, sans compter qu'il suppose toujours la production de vapeur inépuisable dans la chaudière, motif qui suffit à lui seul pour en démontrer l'inefficacité.

2°. Tredgold, dans son *Traité des Chemins de fer* (p. 83 de l'édition anglaise), propose une autre formule, sans la fonder, en aucune façon, sur les raisonnements ou sur les faits. Cette formule est la suivante :

$$V = 240 \sqrt{l \frac{P}{W}}.$$

V est la vitesse du piston en pieds par minute, l la course du piston, P la pression effective de la vapeur dans la chaudière, et W la résistance de la charge. Cette formule donnera, dit-il, la vitesse

du piston. Mais comme il n'y est fait aucune mention, ni du diamètre du cylindre, ni de la quantité de vapeur que fournit la chaudière par minute, il est clair qu'elle ne saurait donner la vitesse cherchée; car, si elle pouvait être exacte, la vitesse d'une machine serait la même avec un cylindre de 4 pieds qu'avec un cylindre de 1 pied de diamètre, quoique le premier dépense 16 fois autant de vapeur que le second. La surface de chauffe, ou la vaporisation de la chaudière, serait également indifférente. Une machine n'irait pas plus vite avec une chaudière qui vaporiserait 1 pied cube d'eau par minute, qu'avec une chaudière qui n'en vaporiserait que le $\frac{1}{4}$ ou le $\frac{1}{10}$. Ainsi cette formule est sans fondement.

3°. Wood, dans son *Traité des Chemins de fer* (p. 351 de l'édition anglaise), propose aussi, et de même sans discussion, la formule suivante :

$$V = 4\sqrt{l\,\frac{P}{W}}.$$

V est la vitesse du piston en pieds par minute, l la course du piston, W la résistance de la charge, et P le surplus de la pression dans la chaudière, au-delà de ce qu'il faut pour balancer la résistance W. Cette formule, ne contenant pas de terme pour représenter le diamètre du cylindre, ni la force de vaporisation de la chaudière, se trouve, comme la précédente, démontrée inexacte *à priori*.

Nous ne connaissons pas d'autre essai fait pour arriver à la solution de ce problème, et l'on voit que ceux-ci ne sont nullement satisfaisants.

Par conséquent sur les trois problèmes fondamentaux que nous avons énoncés, deux ont reçu une solution inexacte au moyen des coefficients, et le troisième n'en a reçu aucune.

§ 4. *Aperçu de la théorie proposée.*

Nous avons jusqu'ici démontré qu'il n'existe aucune formule analytique, ou aucun moyen exact de calculer les effets des machines à vapeur, et par conséquent de déterminer les proportions qu'il convient de leur donner pour en obtenir des effets voulus. On construit un grand nombre de machines, qui sont censées devoir satisfaire à des conditions exigées; mais la vérité est qu'à moins qu'elles n'aient été calquées sur d'autres déjà exécutées, on n'en connaît les effets précis qu'en les soumettant à l'expérience, après leur construction, c'est-à-dire quand il n'est plus temps d'appliquer le remède. Dans une machine qui est la plus puissante de toutes celles connues, et qui tend à devenir presque universelle, les erreurs ne peuvent être sans importance. Non-seulement ces erreurs ont souvent porté préjudice à de grandes entreprises industrielles, et ont été l'occasion des débats entre les constructeurs et les acquéreurs des machines; mais elles ont même compromis la vie d'un grand nombre de personnes, parce

qu'il s'est trouvé que des bateaux à vapeur, ayant été reconnus dans l'impuissance d'accomplir la tâche à laquelle ils étaient destinés, les ingénieurs qui les dirigeaient, n'ont trouvé de remède au mal que de surcharger ou même de fixer tout-à-fait la soupape de sûreté, et souvent de terribles explosions en ont été le résultat. La nécessité et l'utilité de nouvelles recherches à cet égard ne sauraient donc être mises en doute.

Après avoir fait connaître l'état de la science, en ce qui concerne la théorie de la machine à vapeur, il nous reste à montrer sur quels principes nous établissons celle que nous avons à présenter.

Nous expliquerons d'abord cette théorie dans toute sa simplicité, en supposant que la vapeur conserve la même température pendant son action dans la machine, et en nous bornant aux machines à vapeur rotatives sans détente. Pour l'établir, nous nous fonderons uniquement sur la considération du mouvement uniforme auquel ces machines parviennent nécessairement au bout d'un très court intervalle de temps. Ensuite nous présenterons un grand nombre de preuves théoriques et pratiques qui finiront d'établir l'exactitude de nos raisonnements. Puis, enfin, dans un chapitre suivant de ce travail, nous reprendrons la même théorie dans toute sa généralité, de manière à la rendre applicable à tous les systèmes de machines à vapeur, et en y tenant compte des circonstances négligées d'abord.

On sait que dans toute machine, l'effort du moteur étant d'abord supérieur à la résistance, il se produit un mouvement très petit qui s'accélère pendant un certain temps, jusqu'à ce que la machine ait atteint une certaine vitesse, qu'elle ne dépasse plus, le moteur n'étant pas capable d'en soutenir une plus grande, avec la masse qu'il a à mouvoir. Une fois la machine arrivée à ce point, ce qui n'exige qu'un instant très court, la vitesse continue la même, et le mouvement se maintient uniforme pendant tout le reste du travail. Ce n'est qu'à partir de ce moment qu'on commence à calculer les effets des machines, et l'on néglige toujours le peu de minutes pendant lesquelles leur vitesse se règle, ou les effets transitoires qui se produisent depuis la vitesse zéro jusqu'à la vitesse uniforme.

Or, dans toute machine parvenue au mouvement uniforme, la puissance fait strictement équilibre à la résistance; car si elle était plus grande ou plus petite, il y aurait accélération ou retardation de mouvement, ce qui n'a pas lieu. Dans une machine à vapeur, la force appliquée par le moteur n'est autre que la pression de la vapeur *contre le piston* ou *dans le cylindre*. Donc cette pression dans le cylindre est strictement égale à la résistance que la charge exerce contre le piston.

Par conséquent la vapeur en passant de la chaudière dans le cylindre, change de pression et

prend celle qui représente la résistance du piston. Ce principe explique à lui seul toute la théorie des machines à vapeur, et met leur jeu comme à découvert.

Il devient facile en effet de se rendre compte de ce qui se passe dans une machine à vapeur qu'on met en mouvement. La vapeur étant d'abord enfermée dans la chaudière à un certain degré de pression, se précipite dans les tuyaux de conduite, et de là dans les cylindres, aussitôt que le robinet de distribution ou régulateur est ouvert. En arrivant dans le cylindre, dont l'aire est beaucoup plus grande que celle des tuyaux, cette vapeur se dilate d'abord en perdant proportionnellement de sa force élastique; mais comme le piston est encore immobile, et que la vapeur continue d'arriver rapidement, l'équilibre de pression s'établit promptement entre les deux vases, et le piston, poussé par toute la force de la vapeur, commence à se mouvoir lentement. Le volant de la machine, son mécanisme entier et la résistance qui lui est appliquée, commencent donc à prendre une très petite vitesse, qui s'accélère par degrés insensibles; et si, à la fin de la course du piston, l'on supprimait tout à coup l'arrivée de la vapeur, le piston ne s'arrêterait pas pour cela instantanément. Il serait entraîné quelque temps lui-même par l'effet de la vitesse qu'il a précédemment communiquée à la masse. D'après cet effet, il arrive qu'à la course suivante, la vapeur trouve le piston

déjà lentement entraîné dans le sens rétrograde, au moment où elle lui imprime une nouvelle quantité de mouvement; et celle-ci passe encore au volant et à la masse totale où elle continue de s'accumuler. Ainsi recevant à chaque course une nouvelle impulsion, le piston accélère peu à peu son mouvement, et finit par acquérir toute la vitesse que le moteur est capable de lui communiquer.

Pendant tout ce temps, la vapeur continue de se produire dans la chaudière avec la même vitesse et d'arriver dans le cylindre; mais à mesure que le piston acquiert un mouvement plus rapide et développe un plus grand volume devant la vapeur, cette dernière s'y dilate en prenant une pression plus petite; et c'est pour cela qu'enfin, lorsque le piston a pris une vitesse exactement égale à celle qui correspond à la vitesse de formation de la vapeur dans la chaudière, la pression de la vapeur dans le cylindre devient égale à la résistance du piston, et le mouvement reste à l'état d'uniformité, comme on l'a dit plus haut.

Ainsi, nous avons, d'après ce qui précède, la pression que la vapeur exerce réellement contre le piston; de sorte que si P' exprime cette pression par unité de surface, et que R représente la résistance de la charge contre le piston, supposée de même répartie par unité de surface, la condition de l'uniformité du mouvement fournira d'abord la première équation de relation

$$P' = R.$$

Cette équation établit l'intensité de l'effort exercé par la puissance. S'il n'était question que d'un cas d'équilibre, cette détermination suffirait; mais dans un cas de mouvement il faut, outre l'intensité de la force, considérer encore la vitesse avec laquelle cette intensité est appliquée. Or, dans le cas dont il s'agit, il est évident que c'est la vitesse de production de la vapeur dans la chaudière, qui indique la vitesse avec laquelle la force ci-dessus est renouvelée ou appliquée. C'est donc à ce dernier élément de calcul que nous devons avoir recours pour obtenir, entre les données du problème, une seconde relation comprenant la vitesse du mouvement.

Cette relation nous sera fournie par la considération qu'il y a nécessairement égalité entre la quantité de vapeur produite et la quantité de vapeur dépensée, proposition qui est évidente d'elle-même. Si donc nous continuons d'exprimer par S le volume d'eau vaporisé par unité de temps dans la chaudière et effectivement transmis au cylindre, et par m le rapport du volume de la vapeur formée sous la pression P de la chaudière au volume de l'eau qui l'a produite, il est clair que

$$mS$$

sera le volume de vapeur formé par unité de temps et sous la pression P dans la chaudière. Cette vapeur passe dans le cylindre et elle y prend la pression P'; mais si, l'on suppose que dans ce

mouvement la vapeur conserve sa température, ce qui, pour les machines que nous considérons, ne change que fort peu les résultats, la vapeur, en passant de la pression P à la pression P′, augmentera de volume en raison inverse des pressions. Ainsi, transmis au cylindre, le volume mS de vapeur fourni à chaque unité de temps par la chaudière, deviendra

$$mS \frac{P}{P'}.$$

D'un autre côté, v étant la vitesse du piston et a l'aire du cylindre, av sera le volume de vapeur dépensé par le cylindre dans une unité de temps. Donc, en raison de l'égalité qui existe nécessairement entre la production et la dépense de vapeur, on aura la relation

$$av = mS \frac{P}{P'},$$

qui est la seconde relation cherchée.

Par conséquent, en éliminant P′ entre ces deux équations, on aura pour la relation analytique définitive entre les diverses données du problème,

$$v = \frac{mS}{a} \cdot \frac{P}{R}.$$

Cette relation est très simple, et suffit pour la solution de toutes les questions relatives à la détermination des effets ou des proportions des machines. Comme nous en développerons plus

loin les termes en la reprenant d'une manière plus générale, nous nous contenterons de la laisser ici sous cette forme, qui en rendra la discussion plus facile et plus claire.

Nous avons donc ainsi la vitesse que prendra le piston d'une machine sous une résistance donnée R. Si l'on suppose, au contraire, que la vitesse du mouvement soit connue, et que l'on veuille calculer la résistance que la machine pourra mouvoir à cette vitesse, il suffira de résoudre la même équation par rapport à R, et l'on aura

$$R = \frac{mSP}{av}.$$

Enfin, si l'on suppose que la vitesse et la charge soient données à l'avance, et que l'on veuille connaître la vaporisation que doit avoir la chaudière pour que la charge donnée soit mise en mouvement à la vitesse fixée, il suffira encore de tirer de cette relation la valeur de S, qui sera

$$S = \frac{avR}{mP}.$$

Nous bornerons ici nos déductions, parce que, comme nous l'avons dit, ces trois problèmes sont la base de tous ceux qu'on peut se proposer dans les machines, et qu'ils suffisent d'ailleurs pour pouvoir établir notre théorie et la comparer avec le mode de calcul en usage. Mais en reprenant ces mêmes questions avec plus de détails dans la

partie suivante de ce travail, nous donnerons aux équations leur entier développement, et nous traiterons alors de toutes les autres déterminations accessoires qui se présentent dans les problèmes relatifs aux machines à vapeur.

On voit, d'après ce qui précède, que nous fondons toute notre théorie sur ces deux faits qui sont incontestables : 1°. que la machine étant arrivée au mouvement uniforme, il y a nécessairement équilibre entre la puissance et la résistance, c'est-à-dire entre la pression de la vapeur *dans le cylindre*, et la résistance contre le piston, ce qui fournit d'abord la première relation

$$P' = R;$$

et 2°. qu'il y a nécessairement aussi égalité entre la dépense et la production de vapeur, ce qui fournit la seconde relation

$$v = \frac{mS}{a} \cdot \frac{P}{P'}.$$

Et ces deux équations suffisent ensuite à la solution de tous les problèmes.

§ 5. *Nouvelles preuves de l'exactitude de cette théorie, et de l'inexactitude de la théorie ordinaire.*

Comme nous tirerons de l'examen des machines locomotives la plupart des considérations que nous allons présenter en ce moment sur les deux

théories, nous dirons d'abord à l'égard de ces machines, que nous les regardons comme étant sans contredit plus propres que toutes les autres à faire connaître la vraie théorie du mouvement et de l'action de la vapeur. Les raisons de cette préférence sont : 1°. que ces machines sont d'une simplicité remarquable; 2°. que la résistance qu'elles ont à mouvoir est d'une évaluation très facile et susceptible d'une grande exactitude, puisqu'il s'agit simplement de peser le train qu'elles ont à conduire; tandis que, pour évaluer la résistance opposée aux machines stationnaires, il faut souvent des calculs très variés et en même temps très peu certains; 3°. que le frottement des locomotives est connu d'après nos propres expériences, et avec un degré d'exactitude qui paraît susceptible de confiance, puisque ce frottement a été déterminé par plusieurs méthodes qui sont devenues la vérification l'une de l'autre; 4°. qu'il est facile d'observer une machine locomotive dans cent circonstances différentes les unes des autres, en faisant à son gré varier la charge et la vitesse, ce qui peut se faire dans des limites très écartées; tandis que dans les machines stationnaires, il arrive le plus souvent que la résistance à mouvoir n'est pas susceptible de variation, d'où résulte qu'on n'y voit jamais agir la vapeur que d'une même manière, et qu'ainsi l'étude de ces machines se réduit à peu près à l'étude d'un cas particulier.

Pour revenir à la théorie que nous avons exposée, on voit qu'elle repose principalement sur ce que la vapeur peut bien se former dans la chaudière à une certaine pression P, mais qu'en passant dans le cylindre elle prend une pression R, strictement déterminée par la résistance sur le piston, quelle que soit d'ailleurs la pression dans la chaudière; de sorte que selon l'intensité de cette résistance, la pression dans le cylindre, loin d'être égale à celle de la chaudière, ou d'en différer dans un rapport constant, comme on le croit, pourra quelquefois lui être tout-à-fait égale et quelquefois en différer considérablement. Ainsi, lorsque, dans la théorie ordinaire, on fait d'abord le calcul en supposant que la vapeur agit dans le cylindre à la pression de la chaudière, on commence par introduire dans ce calcul une erreur souvent très considérable, et indépendante de toutes les pertes réelles que peut éprouver la machine; puisque l'on considère comme appliquée, une force deux ou trois fois aussi grande que celle qui est appliquée réellement. Il n'est donc pas étonnant qu'on soit ensuite dans la nécessité d'employer un coefficient $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{4}$, qui fait paraître énormes les pertes censées éprouvées par la machine, tandis que l'erreur réelle est dans le point de départ même du calcul.

Nous avons déjà prouvé ce mode d'action de la vapeur dans le cylindre, par la considération du mouvement uniforme; mais en examinant ce qui

se passe dans la machine, nous en trouvons à l'instant bien d'autres preuves.

1°. En effet, la vapeur étant produite à un certain degré de pression dans la chaudière, passe dans le tuyau de communication, et de là dans le cylindre; elle s'y dilate d'abord, parce que l'aire de ce cylindre est environ 10 fois celle du tuyau, et elle s'y élèverait promptement au même degré de pression que dans la chaudière, si le piston était immobile. Mais comme ce piston n'oppose au contraire qu'une certaine résistance, déterminée par la charge que meut la machine, 40 livres par pouce carré, par exemple, il obéira dès que la force élastique de la vapeur dans le cylindre aura atteint ce point. Un piston qui ne supporte qu'une résistance de 40 livres par pouce carré, n'est autre chose qu'une soupape chargée de 40 livres par pouce carré. Si la communication entre la chaudière et le cylindre était complétement libre et sans tuyau ou rétrécissement, de sorte que les deux vases n'en formassent qu'un seul, le piston deviendrait une vraie soupape pour la chaudière; et cette soupape cédant avant la soupape de sûreté, qui est chargée par exemple de 50 livres par pouce carré, la vapeur ne pourrait s'élever dans la chaudière au-delà de 40 lbs par pouce carré. Comme la communication entre les deux vases n'est pas entièrement libre, le piston n'est pas une soupape pour la chaudière, mais il continue d'en être une pour le cylindre. Donc la

pression dans ce cylindre ne pourra jamais excéder la résistance du piston.

2°. Une autre considération nous prouvera facilement encore que la pression de la vapeur dans le cylindre doit nécessairement être réglée, non par la pression dans la chaudière, mais par la pression de la résistance. En effet, s'il était vrai que la vapeur se dépensât dans le cylindre, soit à la pression de la chaudière, soit à toute autre pression qui fût à celle de la chaudière dans un rapport fixe quelconque, comme la quantité de vapeur élevée par minute dans la chaudière, se dépenserait alors par le cylindre à une pression identique dans tous les cas, et remplirait, par conséquent, le cylindre un nombre fixe de fois par minute, il s'ensuivrait que tant que la machine travaillerait avec la même pression dans la chaudière, et les mêmes ouvertures ou passages de la vapeur, elle prendrait la même vitesse avec toutes les charges. Or, nous voyons précisément tout le contraire se produire, c'est-à-dire que plus la charge est petite, plus la vitesse de la machine devient grande.

L'effet qui se produit alors s'explique bien facilement, quand on veut se rendre compte de ce qui se passe réellement dans la machine. Si l'on suppose que la vaporisation, en fournissant, par exemple, 200 pieds cubes de vapeur par minute, à la pression de la chaudière, suffise à remplir 200 fois le cylindre, lorsque le piston est chargé

de la résistance R; une fois que cette résistance R sera remplacée par une résistance $\frac{1}{2}$ R, la même masse de vapeur prenant dans le cylindre une pression moitié de ce qu'elle était avant, fournira par minute 400 cylindres pleins de vapeur, à la nouvelle pression. Donc il est clair que la résistance $\frac{1}{2}$ R sera mise en mouvement à une vitesse double de la résistance R ; ce qu'on observe effectivement, quand dans l'évaluation de cette résistance, on fait entrer toutes les résistances partielles et frottements réellement opposés au mouvement de la machine.

3°. En appliquant le même raisonnement à l'inverse, on voit que, s'il était vrai que la pression du cylindre fût dans un rapport fixe à celle de la chaudière, ou si l'on veut, fût constante tant que celle de la chaudière ne varie pas, en calculant l'effort que peut exercer la machine, on le trouverait toujours le même, quelle que fût la vitesse du piston. Ainsi, à toute vitesse quelconque, la machine serait toujours capable de tirer la même charge. Or, ce résultat est encore démenti par l'expérience; parce que, plus la vitesse du piston est grande, plus la pression de la vapeur baisse dans le cylindre; d'où résulte que la charge que peut mouvoir la machine diminue en même proportion.

4°. Il est aisé d'en produire encore une autre preuve non moins évidente.

S'il était vrai que la vapeur se dépensât par le

cylindre à une pression égale à celle de la chaudière, ou qui fût à celle-ci dans un rapport fixe indiqué par un coefficient quelconque, puisqu'il faut toujours à une même locomotive le même nombre de tours de roue, ou le même nombre de coups de piston pour parcourir la même distance, il s'ensuivrait que tant que ces machines travaillent à la même pression, elles devraient consommer dans tous les cas la même quantité d'eau pour la même distance. Or, la quantité d'eau dépensée, loin de rester constante, décroît, au contraire, avec la charge, comme on peut le voir dans les expériences que nous avons publiées sur ce sujet. Par exemple, la machine *Atlas* a dépensé 132 pieds cubes d'eau en tirant 195.5 tonnes, et 95 pieds cubes seulement en tirant 127.6 tonnes. Puisqu'il y a eu même nombre de cylindres de vapeur dépensés dans les deux cas, il faut bien que la vapeur qui remplissait les premiers ait eu une densité différente de celle qui remplissait les seconds; et l'on voit encore ici que, malgré l'égalité de pression dans la chaudière et d'ouverture de régulateur dans les deux cas, la densité de la vapeur dépensée a suivi l'intensité de la résistance, c'est-à-dire que la pression de la vapeur dans le cylindre a été réglée par cette résistance.

5°. Par le même motif qu'on vient d'expliquer, la consommation de combustible devant être proportionnelle à la vaporisation effectuée, il s'ensuivrait encore, si la théorie ordinaire était exacte,

que la quantité de combustible consommée par une locomotive donnée, pour la même distance, serait toujours la même, quelle que fût sa charge. Or, nous trouvons encore, par l'expérience, que cette quantité de combustible diminue au contraire avec la charge, conformément à l'explication que nous donnons des effets de la vapeur dans les machines.

6°. Il est clair encore que si la pression dans le cylindre était, comme on le croit, constante pour une pression donnée dans la chaudière, dès qu'on aurait reconnu qu'une machine peut tirer une certaine charge avec une certaine pression, et lui communiquer un mouvement uniforme, il s'ensuivrait que jamais cette machine ne pourrait tirer une charge moindre avec la même pression dans la chaudière, sans lui communiquer un mouvement indéfiniment accéléré; puisque la puissance s'étant trouvée égale à la résistance du premier cas, se trouverait nécessairement supérieure à la résistance du second. Or, l'expérience prouve que dans ce second cas, le mouvement n'en est pas moins uniforme, comme dans le premier; et la raison en est que la vapeur peut bien se former dans la chaudière à une pression plus ou moins élevée, ce qui importe peu, mais qu'en passant dans le cylindre elle prend toujours la pression de la résistance; d'où résulte que dans ce second cas, pas plus que dans le premier, la puissance n'est supérieure à la résistance,

et qu'ainsi le mouvement doit rester uniforme.

7°. Enfin, en parcourant nos expériences sur les locomotives, on y verra la même machine tirer quelquefois une charge très faible avec une très haute pression dans la chaudière; et ensuite une charge très forte, au contraire, avec une pression très faible. Il est donc impossible d'admettre, comme le veut la théorie ordinaire, qu'il y ait un rapport fixe quelconque entre les deux pressions. Du reste, cet effet est bien facile à expliquer, car il tient simplement à ce que dans les deux cas la pression dans la chaudière était supérieure à la résistance sur le piston; et c'était tout ce qu'il fallait pour que la vapeur, produite à cette pression, ou à toute autre satisfaisant seulement à la même condition, pût, en passant dans le cylindre, prendre la pression de la résistance.

On remarquera, du reste, que tous ces effets ne peuvent se produire dans une machine à vapeur locomotive, sans se produire également dans une machine à vapeur stationnaire; car, après tout, la vapeur n'en agit pas moins dans les cylindres exactement de la même manière, et il importe peu que pendant l'action de cette vapeur, la machine change de place ou reste en repos, et que son propre poids forme, ou ne forme pas, une partie de la charge imposée sur le piston.

Nous voyons donc, d'après toutes ces preuves, que la pression de la vapeur dans le cylindre est strictement réglée par la résistance sur le piston,

et par rien autre chose; et que toute méthode, comme celle des coefficients, qui revient à établir qu'elle serait à la pression de la chaudière dans un rapport fixe quelconque, est nécessairement inexacte.

Toutefois, il est essentiel d'observer que nous voulons établir, par ces raisonnements, que la pression dans le cylindre ne peut dépendre de la pression dans la chaudière, puisqu'elle est fixée *à priori;* mais nous croyons au contraire, comme on le verra § 7, que la pression dans le cylindre étant une fois réglée par la résistance sur le piston, celle de la chaudière en dépend ensuite, en raison de la grandeur des passages, de la masse de vapeur produite et du poids des soupapes de sûreté. Ce ne serait que faute de faire, comme on on le doit, cette distinction, qu'on pourrait croire que nous admettons une indépendance complète entre les deux pressions.

§ 6. *Comparaison des deux théories dans leur application à des exemples particuliers.*

Ce qui précède établit déjà suffisamment en principe, l'exactitude de la théorie que nous proposons, et l'inexactitude de celle qui a été employée jusqu'ici. Cependant, on pourrait croire que l'inexactitude que nous reprochons à cette dernière, est de peu d'importance, et que dans les exemples pratiques, elle revient en définitive

à donner des résultats, sinon tout-à-fait corrects, du moins très voisins de la vérité. Nous allons donc maintenant soumettre cette méthode, ainsi que la nôtre, à l'examen de la pratique. En les faisant fonctionner simultanément, on verra la différence des résultats auxquels elles conduisent; on reconnaîtra laquelle des deux est en harmonie avec les faits; et enfin, on se fera une idée nette des causes d'où proviennent les écarts de la théorie ordinaire.

Le coefficient de correction pour les machines à vapeur à haute pression sans détente et sans condensation, n'étant pas donné par les auteurs qui ont traité ces sujets, supposons qu'on tente de le déterminer d'après les deux faits suivants, qui se sont passés sous nos yeux.

I. La machine locomotive *Leeds*, qui a deux cylindres de 11 pouces de diamètre, course du piston 16 pouces, roue 5 pieds, poids $7^t.07$, a tiré une charge de 88.34 tonnes, en montant un plan incliné à $\frac{1}{1300}$, à la vitesse de 20.34 milles par heure; la pression effective dans la chaudière étant de 54 livres par pouce carré, ou la pression totale de 68.71 livres par pouce carré.

II. Le même jour, la même machine a tiré une charge de $38^t.52$ sur un plan descendant à $\frac{1}{1094}$, à la vitesse de 29.09 milles par heure; la pression dans la chaudière étant exactement la même que dans l'expérience précédente, et le régulateur ouvert de la même quantité. On peut voir ces expériences

pages 252 et 254 de notre *Traité des locomotives* (1re édition).

Si l'on compte d'une part l'effort *théorique* appliqué sur le piston, d'après le calcul ordinaire; et d'autre part, l'effet réellement produit, savoir, la résistance opposée par la charge, plus celle de l'air contre le train, on trouve, en rapportant l'aire des pistons et la pression, au pied carré:

1er CAS.	Effort théorique, appliqué sur le piston, d'après le calcul ordinaire, 1.32 × (68.71 × 144)...........	13060 lbs
	Effet réel...........................	8846
	Coefficient de correction...........	0.68
2me CAS.	Effort théorique, le même que ci-dessus..........................	13060
	Effet réel...........................	6473
	Coefficient de correction...........	0.50 (1).

Le coefficient moyen, entre les deux précé-

---

(1) En effet, en faisant le calcul détaillé des effets produits, on trouve :

1er CAS.	Résistance des 88t.34, à 7 lbs par tonne (*V.* nouvelle éd. du *Traité des Locomotives*).	618 lbs
	Gravité de 95t.41 (train et machine), sur un plan montant à $\frac{1}{1300}$...........	164
	Résistance de l'air contre le train, à la vitesse du mouvement............	134
	Résistance exercée à la vitesse de la roue...........................	916

dents, est 0.59. Nous trouvons donc ainsi trois coefficients bien différents. Qu'on choisisse le premier, on fera erreur dans le second cas; qu'on choisisse le second, on fera erreur dans le premier cas; qu'on choisisse le troisième, on ne fera que partager l'erreur entre les deux cas. De toute manière, on est donc assuré de faire erreur; et cela suffirait à soi seul pour prouver que toute méthode, comme la théorie ordinaire, qui con-

---

Et comme cette résistance est ici mesurée à la vitesse de la roue, elle produisait, contre le piston, une force augmentée dans le rapport inverse des vitesses du piston et de la roue, c'est-à-dire une résistance de

916 × 5.9	5404
Ajoutez pour la pression atmosphérique contre le piston, la machine étant à haute pression,	
1.32 × (14.71 × 144)	2796
Et pour la pression due à la tuyère,	
1.32 × (3.4 × 144)	646
Résist. totale contre le piston, hors les frott.	8846
2e cas. Résistance des 38^t.52	270
Gravité en descend. un plan à $\frac{1}{1094}$	−93
	177
Résistance de l'air	282
Résistance contre la roue	459
Et contre le piston, 459 × 5.9	2708
Ajoutez pour la pression atmosphérique	2796
Et pour la pression due à la tuyère,	
1.32 × (5.1 × 144)	969
Résist. totale contre le piston, hors les frott.	6473

siste dans l'emploi d'un coefficient constant, est nécessairement erronée, quel que soit le coefficient choisi, et à quelque système de machine qu'on en fasse l'application; car il est évident que le même fait se présenterait dans toute espèce de machine à vapeur. Seulement, il pourrait être moins marqué, si les vitesses auxquelles on prend la machine, étaient moins différentes, et c'est ce qui a empêché jusqu'ici d'apercevoir l'erreur de cette méthode; parce que toutes les machines d'un même système étant imitées les unes des autres, et marchant, à peu près, à la même vitesse, d'après une limite factice qu'on avait posée pour la vitesse du piston, le même coefficient de correction paraît leur convenir tolérablement.

D'ailleurs, dans les machines stationnaires, on ne pouvait, faute de déterminations précises des frottements, démêler dans le résultat la part qui leur est réellement attribuable, de celle qui constitue une véritable erreur. Mais ici, nous pouvons nous convaincre bien facilement, que ces coefficients de correction, ni l'un ni l'autre, ne représentent, comme on nous le dit, les frottements, pertes et résistances diverses de la machine; car des expériences directes sur la machine dont nous nous occupons, et consignées dans notre *Traité des Locomotives*, nous mettent à même d'évaluer séparément tous ces frottements et résistances. Or, d'après ces expériences, le frottement de cette machine, quand elle est isolée, équivaut à une

force de 82 livres, appliquée à la roue; et ce frottement augmente ensuite de 1 livre par tonne de charge ajoutée à la machine.

Enfin, les pertes éprouvées par la machine, soit en raison de la condensation, soit en raison des fuites de vapeur (pendant le passage de la chaudière au cylindre), sont nulles ou négligeables.

Il est donc facile, avec ces éléments, de connaître positivement le montant des frottements réellement éprouvés par la machine. Or, en les calculant ainsi séparément, on trouve :

1[er] CAS. Frottement 1257 lbs, ou 0.10 du résultat théorique.

2[e] CAS.. Frottement 873 lbs, ou 0.07 du résultat théoriq. (1).

Ainsi, l'on voit que dans chacun des deux cas,

---

(1) En effet on a :

1[er] CAS. Frott. de la machine, sans sa charge.	82 lbs	
Frott. additionnel, pour une résistance équival. à $\frac{916}{7}$ = 131 tonnes.	131	
	213	
Ce qui produit contre le piston, 213 × 5.9...........		1257
2[e] CAS. Frott. de la machine, sans sa charge.	82	
Frott. additionnel, pour une résistance équival. à $\frac{459}{7}$ = 66 tonnes..	66	
	148	
Ce qui produit contre le piston, 148×5.9........		873

les frottements omis dans le calcul, ne s'élèvent en réalité qu'à 10 et 7 centièmes du résultat théorique; et si l'on veut y ajouter $\frac{1}{20}$, ou 0.5 de perte pour le remplissage des espaces vides du cylindre, que nous n'avons pu évaluer en livres, ce sera 0.15 et 0.12; tandis que les coefficients de correction les porteraient à 0.32 d'une part et à 0.50 de l'autre, ou de deux à quatre fois ce qu'ils sont réellement. Si donc, de ces coefficients, on retranche la véritable valeur des frottements et pertes, on trouvera que l'erreur *théorique* que cette méthode introduit dans le calcul, sous la dénomination de frottement, est de 17 pour cent de la *force totale de la machine* dans un cas, et de 38 pour cent dans l'autre.

Mais actuellement on remarquera que, d'après les évaluations précédentes, savoir des résistances d'abord et des frottements ensuite, nous avons pour chacun des deux cas qui nous occupent, la somme des effets totaux réellement produits par la machine, savoir :

1er cas.	Résistances.	8846 lbs
	Frottements.	1257
		10103
2e cas.	Résistances.	5473
	Frottements.	873
		7346

Nous sommes donc en mesure de comparer maintenant ces effets produits avec les résultats,

soit du calcul ordinaire, soit de celui que nous proposons de lui substituer.

1°. En appliquant d'abord le calcul ordinaire, avec le coefficient moyen 0.59 déterminé ci-dessus, et rapprochant son résultat de l'effet réel, on trouve :

1er cas. Effort appliqué sur le piston, d'après le calcul ordinaire, 1.32 × (68.71 × 144) × 0.59.	7705 lbs
Effet produit, en y comprenant tous les frottements et résistances........................	10103
Erreur, en outre des frottements et résistances.	2398
2e cas. Effort appliqué sur le piston, d'après la théorie ordinaire, le même que ci-dessus...	7705
Effet produit, en y comprenant, etc..........	7346
Erreur en outre des frottements et résistances..	359
Erreur moyenne des deux cas...............	1378 lbs

On voit donc qu'on aurait été sujet à commettre une très grande erreur, si l'on avait voulu calculer les effets de cette machine d'après le coefficient 0.59; mais on voit en outre qu'en appliquant tout autre coefficient *quelconque*, l'erreur n'aurait fait que se reporter d'un cas sur l'autre sans jamais disparaître; et c'est de cette façon que le coefficient 0.59 a presque rendu nulle plus haut l'erreur du second cas, en la reportant sur le premier.

Pour appliquer maintenant notre formule relative au même problème, savoir

$$aR = \frac{mSP}{v},$$

tout se réduit à mettre pour les lettres m, S, P et v leurs valeurs, en ayant soin seulement de rapporter toutes les mesures à la même unité.

Ainsi P est la pression totale de la vapeur dans la chaudière, savoir 68.71 lbs par pouce carré, ou par pied carré, 68.71×144lbs.

m est le rapport du volume de la vapeur, à la pression totale de 68.71 livres par pouce carré, au volume d'un même poids d'eau; et, d'après les tables qu'on donnera dans le chapitre suivant, $m = 411$.

S est le volume d'eau vaporisé par minute et utilisé dans les cylindres. Or, pendant le voyage dont la première de ces expériences fait partie, la machine a vaporisé 60.52 pieds cubes d'eau par heure (*Traité des Locom.*, 1ère édit., p. 202); ce qui, après soustraction de $\frac{1}{5}$ pour la perte de vapeur qui se faisait par la soupape, mesurée comme on le dira § 7, et de $\frac{1}{10}$ sur le reste pour le remplissage des espaces vides du cylindre, laisse une vaporisation *effective* de 0.77 pied cube d'eau par minute. Nous aurons donc ici $S = 0.77$.

Enfin v est la vitesse du piston; et comme la machine avait une vitesse de 20.34 milles par heure dans le premier cas, et de 29.09 milles par heure dans le second, qui correspondent respectivement à 298 et 434 pieds par minute pour le piston, nous aurons successivement $v = 298$ et $v = 434$.

Cela posé, la formule donne:

1er CAS. Effort appliqué par la machine à la vitesse donnée, d'après notre calcul, $\frac{411 \times 0.77 \times (68.71 \times 144)}{298}$	10507
Effet produit, en y comprenant les frottements et résistances, comme ci-dessus.	10103
Différence............	404
2e CAS. Effort appliqué par la machine à la vitesse donnée, $\frac{411 \times 0.77 \times (68.71 \times 144)}{434}$	7215
Effet produit, en y comprenant, etc.	7346
Différence...........	131
Différence moyenne des deux cas..	267 lbs

On voit que l'on arrive à l'effet réellement produit, avec une différence de 267 lbs seulement, différence qui est moins qu'on ne peut espérer généralement dans des expériences de ce genre, où tout dépend de la conduite du feu; tandis que la théorie précédente donne une erreur *moyenne* et inévitable de 1378 lbs, qui est le $\frac{1}{7}$ de l'effet réel du premier cas et le $\frac{1}{5}$ de l'effet réel du second.

2°. Pour continuer la même comparaison des deux théories, supposons qu'on veuille calculer quelle quantité d'eau la chaudière doit vaporiser par minute, pour produire, soit le premier effet, soit le second. Le mode de calcul suivi par la théorie ordinaire consiste, comme nous l'avons

dit, à supposer d'abord que le volume décrit par le piston a été rempli de vapeur à la même pression que dans la chaudière, puis à y appliquer un coefficient pour tenir compte des pertes.

Or, dans le premier cas, le volume décrit par le piston, à la vitesse donnée, est

$$av = 1.32 \times 298 = 393 \text{ pieds cubes.}$$

Si ce volume avait été rempli de vapeur à la pression de la chaudière, il aurait nécessité une vaporisation d'eau, de

$$\frac{393}{411} = 0.96 \text{ pied cube d'eau.}$$

Mais la vaporisation réelle n'a été que 0.77. Il faut donc, pour ce premier cas, appliquer à la vaporisation théorique un coefficient

$$\frac{0.77}{0.96} = 0.81.$$

Dans le second cas, la vaporisation comptée de même, en supposant que la vapeur ait agi dans le cylindre à la pression de la chaudière, est

$$\frac{1.32 \times 434}{411} = 1.39 \text{ pied cube d'eau.}$$

Ainsi, pour ce cas, le coefficient nécessaire est 0.55. Donc, pour ce problème aussi bien que pour le précédent, un coefficient constant *quelconque* ne pourrait satisfaire.

Si cependant on fait le calcul avec le coefficient

moyen 0.68, on trouve :

1[er] CAS. Vaporisation par minute, calculée par la théorie ordinaire avec le coefficient 0.68,

$\frac{1.32 \times 298}{411} \times 0.68$ 0.65

Vaporisation réelle 0.77

Erreur .... 0.12.

2[e] CAS. Vaporisation par minute, calculée par la théorie ordinaire avec le coefficient 0.68,

$\frac{1.32 \times 434}{411} \times 0.68$ 0.95

Vaporisation réelle 0.77

Erreur .... 0.18.

L'erreur moyenne commise est donc de $\frac{1}{5}$ sur la vaporisation ; et, par cela même que c'est une moyenne, elle peut, dans les cas extrêmes, devenir le double.

C'est l'erreur commise quand on cherche un coefficient *exprès* pour la vaporisation. Mais lorsqu'au lieu de cela, on emploie en diviseur, comme le font plusieurs auteurs, le coefficient 0.59, déterminé dans le problème précédent par la comparaison des effets théorique et pratique, on arrive à des erreurs bien plus considérables encore, car on trouve :

1[er] CAS. Vaporisation par minute, calculée par la théorie ordinaire avec le coefficient 0.59 en diviseur,

$\frac{298 \times 1.32}{411 \times 0.59}$ 1.62

Vaporisation réelle 0.77

Erreur .... 0.85.

2ᵉ CAS. Vaporisation par minute, $\frac{434\times 1.32}{411\times 0.59}$..... 2.36

Vaporisation réelle.................... 0.77

Erreur.......... 1.59.

Dans notre méthode, au contraire, la vaporisation nécessaire pour que la résistance aR soit mise en mouvement à la vitesse v, est donnée par la formule

$$S = \frac{aR \times v}{mP}.$$

On a donc :

1ᵉʳ CAS. Vaporisation donnée par notre calcul,

$\frac{10103 \times 298}{411 \times (68.71 \times 144)}$................ 0.74

Vaporisation réelle.................... 0.77

Différence......... 0.03

2ᵉ CAS. Vaporisation donnée par notre calcul,

$\frac{7346 \times 434}{411 \times (68.71 \times 144)}$................ 0.78

Vaporisation réelle.................. 0.77

Différence........ 0.01

3°. Enfin, pour le cas où l'on voudrait trouver la vitesse du piston, en supposant la résistance donnée, toute méthode semblable à la méthode ordinaire, ne pourrait encore conduire qu'à des erreurs, mais nous sommes dispensés de toute comparaison, puisque ce problème n'a jamais été résolu.

Nous nous bornerons donc à montrer la véri-

fication de notre théorie. La formule relative à ce problème est

$$v = \frac{mSP}{aR}.$$

Ainsi l'on trouve :

1[er] CAS. Vitesse du piston en pieds par minute, calculée d'après notre théorie,

$\frac{411 \times 0.77 \times (68.71 \times 144)}{10103}$......	310
Vitesse réelle........................	298
Différence.......	12

2[e] CAS. Vitesse d'après notre calcul,

$\frac{411 \times 0.77 \times (68.71 \times 144)}{7346}$.......	426
Vitesse réelle........................	434
Différence.......	8

Par conséquent, on voit que dans chacun des trois problèmes dont il est question, la théorie que nous proposons conduit au vrai résultat, tandis que la théorie ordinaire, outre qu'elle ne résout pas le troisième problème, peut conduire dans les deux autres à de fort graves erreurs.

Avant d'abandonner cette comparaison, nous ferons remarquer, dans le calcul de la théorie ordinaire, un effet dont nous avons parlé déjà, mais qui se trouve ici démontré par les faits : c'est que ce calcul donne la même force appliquée dans les deux cas considérés, malgré leur différence de vitesse ; et ce résultat se produira

toujours, puisque le calcul consiste uniquement à multiplier l'aire du piston par la pression de la chaudière, et à réduire le produit dans une proportion constante. Ainsi, cette théorie soutient en principe que la machine pourra toujours tirer la même charge à toutes les vitesses qu'on voudra imaginer. On voit encore que, dans ce même calcul, celui de la charge ou de l'effort appliqué, la vaporisation de la machine ne figure en aucune manière; ce qui signifierait que la machine tirerait toujours la même charge à toutes les vitesses, et cela quelle que soit la vaporisation de la chaudière; ce qui est impossible.

Nous ferons remarquer enfin que, dans le calcul de la théorie ordinaire pour trouver la vaporisation de la machine, on ne voit pas figurer la résistance qu'est censée tirer cette machine; de sorte que la vaporisation nécessaire pour tirer une résistance donnée, serait indépendante de cette résistance; autre résultat pareillement impossible.

C'est donc à ces omissions, que nous regardons comme des erreurs de principes, et aux autres causes déjà signalées, que l'on doit attribuer les écarts que l'on remarque dans les résultats de la théorie ordinaire pour les exemples proposés.

§ 7. *De l'aire des passages de la vapeur.*

Il reste encore un point qu'il est nécessaire d'examiner, c'est l'aire des passages de la vapeur, ou la grandeur d'ouverture du régulateur.

Dans la théorie ordinaire, on reconnaît à cette ouverture un effet très important dans la machine, puisqu'on dit qu'en l'augmentant ou en la diminuant, on est libre de produire dans le cylindre la pression que l'on voudra. Cependant, on ne nous donne aucun moyen de tenir compte de cette ouverture dans le calcul; à moins que, obligés déjà d'avoir un coefficient pour les effets utiles et pour chaque espèce de machine, et un autre pour la vaporisation, modifié de même pour chaque système de machines, et, en outre, un coefficient différent pour toutes les vitesses, on ne veuille encore que nous en changions pour chaque ouverture du régulateur. Mais on ne donne pas ces coefficients, et quoiqu'on reconnaisse que l'action de la machine change avec l'ouverture du régulateur, on calcule toujours de même, et avec le même coefficient, quelle que soit cette ouverture.

Or, quand une machine stationnaire fonctionne, son régulateur est constamment en mouvement par l'effet du *gouverneur*, et, en quelque sorte, à l'insu du machiniste. Le calcul de la théorie ordinaire sera donc continuellement mis en défaut; il sera inexact pour tous les cas et pour tous les instants où le régulateur se trouvera avoir une ouverture différente de celle à laquelle le coefficient employé aura été déterminé.

Dans la théorie que nous proposons, au contraire, nous tenons compte de l'ouverture de ce

régulateur, ou du moins des effets qu'il produit, quoique sa mesure directe ne paraisse pas ostensiblement dans les équations. Pour que ce fait soit tout-à-fait clair, nous établirons avant tout quels sont les véritables effets du régulateur.

Nous prouverons d'abord que le degré d'ouverture du régulateur ne peut avoir aucune influence sur la pression dans le cylindre, mais que c'est au contraire sur la pression *dans la chaudière* qu'il réagit ; ensuite nous montrerons que, quel que soit le rétrécissement du régulateur, les formules en tiendront toujours compte et continueront de donner les vrais effets produits ; et enfin nous examinerons quels sont, dans chaque circonstance, les changements survenus dans ces effets, en raison du rétrécissement de l'orifice du régulateur.

1°. Dans la théorie ordinaire, on suppose que la pression de la vapeur dans la chaudière étant donnée et fixe, on peut, en rétrécissant plus ou moins l'orifice du régulateur, produire à volonté une certaine pression dans le cylindre. Mais nous avons prouvé que la pression dans le cylindre est au contraire toujours strictement déterminée, *à priori*, par la résistance sur le piston ; la plus ou moins grande ouverture du régulateur ne peut donc y produire aucun changement. D'ailleurs, comment le rétrécissement du passage pourrait-il changer la *pression* de la vapeur qui sort par ce passage ? Il en changera bien, si l'on veut, la

quantité, parce que la petitesse de l'ouverture s'opposera à ce qu'il en puisse passer davantage en un temps donné, mais il n'en pourra certainement changer la *pression*. En effet, il arrivera toujours qu'à mesure que la vapeur, en pénétrant dans le cylindre, y acquerra la pression de la résistance, le piston fuira sans lui laisser prendre une pression plus considérable. Et si l'on veut supposer que par l'agrandissement du passage, la vapeur arrive 10 fois, 20 fois, 30 fois plus vite, le piston fuira 10 fois, 20 fois, 30 fois plus vite aussi, puisque son mouvement est le résultat de l'arrivée de cette vapeur; mais jamais la pression dans le cylindre ne pourra dépasser la résistance du piston, parce que le piston n'étant autre chose qu'une soupape pour le cylindre, ce serait supposer une chaudière dans laquelle la pression de la vapeur serait plus grande que la pression de la soupape.

Ainsi le régulateur ne peut rien changer à la pression dans le cylindre, mais voici ce qui arrive. La quantité de vapeur d'une densité donnée, qui s'écoule par un orifice déterminé, étant en raison de l'aire de cet orifice, il s'ensuit que quand on rétrécira l'orifice du régulateur, on diminuera par cela même la *quantité* de vapeur, à la pression de la chaudière, qui passe dans le cylindre; cependant il s'en produit toujours la même quantité dans la chaudière. Cette vapeur, qui a cessé de trouver un écoulement vers le cylindre, s'ac-

cumulera donc dans la chaudière, et s'y élèvera à une densité et une force élastique de plus en plus grandes, jusqu'à ce qu'enfin elle puisse s'écouler quelque part; par exemple jusqu'à ce que, ayant acquis la pression nécessaire pour soulever les soupapes de sûreté, elle puisse s'échapper dans l'atmosphère. Alors il s'établira un régime, d'après lequel le trop plein de la vapeur formée, au-delà de ce qui peut parvenir au cylindre, trouvera un écoulement constant par les soupapes de sûreté, et le reste passera par l'orifice du régulateur et ira dans les cylindres produire le mouvement du piston. A partir de ce moment tout se conservera dans le même état, et la pression dans la chaudière restera élevée comme elle doit continuer de l'être, pour maintenir la soupape ouverte et permettre l'écoulement de la vapeur à mesure qu'elle se forme.

On voit par là que le rétrécissement plus ou moins grand du régulateur ne peut avoir aucune action sur la pression du cylindre, mais qu'il en a une directe sur la pression de la chaudière.

2°. Nous venons de dire qu'à mesure qu'on rétrécira l'orifice du régulateur, la pression de la vapeur montera dans la chaudière, et que sa densité croîtra en même temps; et tant que la vapeur n'aura pas trouvé d'issue pour s'échapper en totalité, à mesure de sa production, cet accroissement de force élastique et de densité continuera; car nous supposons qu'il continue toujours de se

produire la même masse de vapeur par minute dans la chaudière, ou qu'on conserve le feu dans le même état. Or, la vapeur se trouve contenue dans la chaudière par deux obstacles : l'orifice du régulateur qui s'oppose à son passage en raison de la densité, et la soupape de sûreté qui s'oppose à son passage en raison de la pression. Il pourra donc maintenant se présenter deux cas, selon celui de ces deux obstacles qui cédera le premier : ou bien la vapeur, en continuant d'acquérir de la densité, finira par en avoir une telle, que son volume sera assez réduit pour pouvoir s'écouler en totalité par l'orifice du régulateur malgré le rétrécissement de celui-ci ; ou bien, au contraire, la soupape de sûreté offrant moins de résistance à la force élastique, que l'orifice n'en offre à la densité, la vapeur s'écoulera par la soupape de sûreté.

Dans le premier de ces deux cas donc, la machine se règlera ainsi : dans le cylindre, comme toujours, la pression de la résistance; et dans la chaudière, la pression nécessaire pour que la densité correspondante de la vapeur, lui permette de s'écouler en totalité par l'orifice donné du régulateur.

Et dans le second cas, la machine se règlera au contraire de cette manière : dans le cylindre toujours la pression de la résistance, et dans la chaudière, celle de la soupape de sûreté.

A présent, il faut donc que nous considérions séparément chacun de ces deux cas.

Supposons que la soupape de sûreté étant fixée à une très haute pression, et l'orifice du régulateur n'ayant au contraire éprouvé qu'un rétrécissement *très modéré*, la vapeur en s'accumulant dans la chaudière, ait acquis la densité qui permet son écoulement par l'orifice, avant d'avoir acquis la pression qui permet son écoulement par la soupape. Alors il arrivera que la *totalité* de la vapeur produite passera toujours dans le cylindre, qu'elle y prendra toujours la pression de la résistance, en s'y dilatant en proportion; et qu'en divisant le volume de la vapeur ainsi dilatée par l'aire du cylindre, on aura toujours la vitesse d'écoulement par le cylindre, qui n'est autre chose que la vitesse du piston. Ainsi, tout se passera dans la machine comme auparavant, et par conséquent les effets produits seront toujours donnés par les mêmes formules, en y mettant toutefois, pour P la nouvelle pression qui s'est produite dans la chaudière, et pour S la nouvelle vaporisation, si cette vaporisation a changé en raison du changement de pression.

Supposons maintenant que la soupape de sûreté se trouve fixée à une pression très peu élevée, et que le régulateur subisse au contraire un rétrécissement considérable, tel que la vapeur puisse soulever la soupape, avant l'instant où elle aurait acquis la densité convenable à son écoulement total par le régulateur. Alors donc, cette soupape sera soulevée, et une partie de la vapeur

qui continue à se former dans la chaudière se perdra dans l'atmosphère; et nécessairement les effets de la machine seront réduits d'autant. Mais que l'on observe maintenant qu'à l'égard de la portion de vapeur qui n'est pas perdue, c'est-à-dire de celle qui trouve son écoulement vers le cylindre, il sera toujours vrai de dire qu'elle y prendra la pression de la résistance, et y jouera le même rôle qu'y jouait auparavant la masse totale de la vapeur.

Il n'y aura donc de différence qu'en ce que les effets produits, au lieu d'être dus à la *totalité* de la vapeur, seront dus, maintenant, à une portion seulement de cette vapeur.

Ainsi, pourvu que nos formules tiennent compte de cette différence, elles tiendront, par cela seul, compte de tout le changement survenu. Or, c'est précisément ce qu'elles font, car nous avons dit que la quantité S, qui figure dans ces formules, représente la vaporisation *effective* de la machine, c'est-à-dire celle qui est réellement transmise aux cylindres; ou si l'on veut, la vaporisation *totale*, moins celle qui se perd par la soupape de sûreté. Il suffira donc de mettre pour S la véritable valeur convenable à ce cas, et les formules continueront de représenter ce qui se passe dans la machine.

Comme la quantité *totale* d'eau vaporisée dans un temps donné se mesure directement dans les réservoirs d'alimentation, tout se réduit à savoir

comment on évaluera celle qui se perd par les soupapes de sûreté, afin de la soustraire de la première. Cette évaluation se fera facilement en prenant note de la hauteur dont la soupape de sûreté est soulevée dans le moment de la perte, ce que la longueur des leviers des soupapes et l'échelle graduée dont elles sont pourvues, permet de faire aisément; puis on fermera complétement le régulateur, afin d'obliger ainsi la *totalité* de la vapeur produite à s'échapper par la soupape, et l'on notera de même le soulèvement de soupape qui en résultera. Alors la proportion du premier soulèvement au second, donnera le rapport de la vapeur perdue à la vapeur totale produite. C'est le moyen que nous avons employé pour les locomotives. Si cette évaluation ne paraît pas assez précise, on condensera la vapeur perdue dans un vase séparé, et l'on mesurera la quantité d'eau qu'elle a produite. Il sera donc toujours facile de connaître la vaporisation *effective* de la machine, et par conséquent, en l'introduisant dans la formule, on continuera d'avoir les vrais effets produits.

Dans les deux cas qui précèdent, nous avons supposé que la chaudière continue, après le rétrécissement du régulateur, de produire la même quantité de vapeur. Actuellement, il peut se présenter un troisième cas, c'est celui où le machiniste, au moment où il verra souffler la soupape, baissera le *modérateur,* et réduira son feu de manière à empêcher le soufflement de la soupape.

Alors la masse de vapeur produite par minute diminuera; mais comme il est toujours clair que la quantité qui est produite, quelque peu considérable qu'elle soit, agira toujours dans la machine de la même manière, il s'ensuit que, pourvu que nous mettions dans les formules cette nouvelle vaporisation, nous aurons aussi les nouveaux effets correspondants. Ainsi, pour ce troisième cas, comme pour les deux autres, les formules satisferont toujours, dès qu'on y fera les substitutions propres au cas supposé.

3°. A présent, il convient d'examiner quels changements les effets de la machine subiront dans les trois suppositions précédentes. Nous avons vu que les formules exposées donneront toujours ces effets moyennant les substitutions convenables. Examinons donc les résultats de ces substitutions.

Dans le premier cas, savoir : le feu continué au même état d'intensité et l'orifice rétréci, sans l'être assez pour faire souffler la soupape, la pression P dans la chaudière devient plus considérable. Mais dans les formules exposées, la pression P ne figure que multipliée par m, qui est le volume *relatif* de la vapeur. Comme ce volume est inverse à la densité, et que la densité varie elle-même à très peu près, en raison directe de la pression, il s'ensuit, qu'à moins d'un changement de pression très considérable, le produit mP restera sensiblement constant. Si l'on suppose, comme on l'admet généralement, que la vapori-

sation d'une chaudière donnée est la même sous différentes pressions de la vapeur, la quantité S ne variera pas non plus. Donc, dans ce cas, les formules donneront encore les mêmes résultats; et, par conséquent, la machine produira les mêmes effets, après le rétrécissement du régulateur qu'avant que ce rétrécissement ait eu lieu.

Dans le second cas, savoir : rétrécissement du régulateur accompagné d'un soufflement de soupape, il y a encore augmentation de pression dans la chaudière, ce qui, comme on vient de le voir, ne produit pas de changement dans les effets. Mais en outre, il y a une certaine perte par les soupapes, et cette perte diminue d'autant la vaporisation *effective* S. Donc, il y aura une diminution d'effet précisément proportionnelle à la quantité de vapeur perdue par la soupape, et que nous avons donné le moyen de mesurer.

Enfin, dans le troisième cas, savoir : rétrécissement de régulateur accompagné d'une réduction dans l'intensité du feu, on n'a supprimé le soufflement de la soupape qu'en produisant dans la chaudière une moindre masse de vapeur. Mais dès que cette masse de vapeur produite et transmise aux cylindres, est moindre qu'avant le rétrécissement du régulateur, il s'ensuit que l'effet produit par la machine, ou le résultat donné par la formule sera réduit d'autant. Ainsi, ce troisième cas est pareil au second, et sera de même accompagné d'une réduction d'effet.

Le premier des trois cas que nous venons de signaler, est celui qui a lieu, sans que nous y fassions la moindre attention, toutes les fois que l'orifice du régulateur n'est que faiblement diminué.

Le second se présente presque continuellement dans les machines locomotives, parce que ces machines ayant à surmonter des résistances fort variables selon les inclinaisons de la route qu'elles parcourent, il est nécessaire d'y entretenir un feu bien soutenu, et de les tenir toujours prêtes à développer au besoin un surcroît de puissance.

Le troisième est celui qui a lieu constamment dans les machines stationnaires, quand le rétrécissement du régulateur y est un peu considérable, parce que ce régulateur n'y étant jamais réduit que lorsque l'ouvrage de la machine réclame moins de force, on s'empresse de profiter de cette circonstance pour diminuer l'intensité du feu, et ne produire que la vaporisation strictement nécessaire.

Ces trois cas peuvent donc se présenter dans les diverses machines, mais les formules exposées s'y adapteront toujours.

§ 8. *Des différences qui existent entre la théorie proposée et l'ancienne.*

En terminant cet exposé général de notre manière d'envisager l'action de la vapeur dans les machines, nous résumerons en peu de mots les

différences qui existent entre la méthode que nous proposons et celle qui a été en usage jusqu'ici.

1°. La théorie ordinaire passe des effets théoriques aux effets pratiques au moyen d'un coefficient constant.

La nôtre rejette entièrement l'emploi de ce coefficient, qu'elle regarde comme résultant d'une erreur fondamentale dans le calcul de ce qu'on nomme les effets théoriques.

2°. La théorie ordinaire ignore quelle est la pression dans le cylindre; elle cherche à la déduire de celle de la chaudière.

La nôtre détermine, *à priori*, la pression du cylindre, comme étant, non pas égale ou proportionnelle à celle de la chaudière, mais égale à celle de la résistance sur le piston.

3°. La théorie ordinaire détermine la charge que peut tirer la machine sans que la vitesse entre dans son calcul; c'est-à-dire qu'elle soutient que la machine tirera toujours la même charge à toutes les vitesses qu'on voudra imaginer.

La nôtre introduit la vitesse dans le calcul, de telle sorte, que plus la vitesse est grande, moindre est la charge que peut tirer la machine.

4°. La théorie ordinaire calcule la vaporisation de la machine pour une résistance et une vitesse données, sans considération de la résistance; c'est-à-dire soutient encore que la vaporisation nécessaire pour effectuer le mouvement serait indépendante de la résistance à mouvoir.

La nôtre introduit, au contraire, la charge et la vitesse dans le calcul.

5°. La théorie ordinaire n'a aucun moyen de calculer la vitesse que prendra la machine avec une résistance donnée.

La nôtre donne ce calcul avec la même simplicité que les précédents.

6°. La théorie ordinaire regarde le régulateur comme déterminant la pression dans le cylindre. Elle ne tient néanmoins aucun compte de ses variations dans le calcul.

La nôtre regarde le régulateur comme fixant la pression dans la chaudière, et non dans le cylindre. Elle introduit ses effets dans les formules.

7°. La théorie ordinaire n'est qu'une approximation plus ou moins exacte.

La nôtre, au contraire, comme on le verra bientôt mieux encore développé, est une méthode complétement analytique dans toutes ses parties.

Rien n'est donc plus distinct que ces deux méthodes; et comme, non-seulement depuis 1835 que nous avons posé d'abord ces principes dans notre *Traité des Locomotives*, mais même jusqu'en décembre 1837, les auteurs qui ont traité ces questions, soit dans leurs écrits, soit dans leurs cours publics, ont employé la méthode des coefficients, nous croyons que le résumé que nous venons de présenter établit suffisamment qu'ils concevaient ces questions d'une toute autre manière que nous ne le faisons.

Nous ne croyons donc pas devoir insister davantage, et nous allons passer au développement complet des formules, dont nous n'avons jusqu'ici donné qu'un aperçu général.

CHAPITRE II.

DES LOIS QUI RÈGLENT L'ACTION MÉCANIQUE DE LA VAPEUR.

§ 1. *Relation entre la température et la pression, dans la vapeur en contact avec le liquide.*

Avant d'entrer dans des considérations qui ont pour base les effets de la vapeur, il est nécessaire de préciser en peu de mots quelques-unes des lois d'après lesquelles se détermine ou se modifie l'action mécanique de la vapeur.

On a besoin dans les calculs des machines, de considérer quatre choses dans la vapeur.

Sa *pression*, que l'on nomme aussi tension ou force élastique, et qui est la pression qu'elle exerce sur chaque unité de la surface du vase qui la contient.

Sa *température*, qui est le nombre de degrés que marque un thermomètre plongé dans son milieu.

Sa *densité*, qui est le poids d'une unité de volume de cette vapeur.

Et son *volume relatif*, qui est le volume d'un poids donné de vapeur comparé au volume d'un même poids d'eau, ou si l'on veut, au volume de l'eau qui a servi à sa production. Nous croyons nécessaire d'ajouter ici le mot *relatif*, afin d'éviter la confusion qui, sans cela, se produit continuellement

entre le volume absolu occupé par la vapeur, lequel dépend de la capacité du vase contenant, et le volume relatif qui est l'inverse de la densité. Ainsi, par exemple, si de la vapeur se forme sous la pression de l'atmosphère, elle pourra remplir un vase de grandeur quelconque, mais son volume relatif sera toujours 1700 fois le volume de l'eau. Lorsque l'on compare entre eux les volumes occupés par un même poids de deux vapeurs différentes, il est évident que cela revient à comparer ce que nous appelons les volumes relatifs de ces deux vapeurs; car un poids donné de vapeur n'est autre chose que le poids de l'eau qui a servi à produire cette vapeur, et un poids donné d'eau peut toujours être remplacé par le volume d'eau qui le représente. On voit donc que la seule différence est que nous rapportons ici le volume de la vapeur, non au poids, mais au volume de l'eau; et nous préférons ce mode, parce que, dans le calcul des machines, il est bien plus commode d'avoir à considérer l'eau par rapport à son volume que par rapport à son poids.

La vapeur peut être considérée à l'instant même de sa formation dans la chaudière, et encore en contact avec le liquide dont elle émane, ou bien séparée de ce même liquide; et selon chacun de ces cas, ses propriétés sont différentes.

Lorsque la vapeur, après avoir été formée dans une chaudière, continue d'être en contact avec son eau de génération, on observe que la même

température correspond invariablement à la même pression et réciproquement. Il est alors impossible d'augmenter sa température, sans qu'aussitôt sa pression et sa densité augmentent spontanément. Dans cet état, la vapeur est donc au *maximum de densité et de pression pour sa température*, et l'on voit qu'il existe alors une liaison constante entre sa température et sa pression.

Si l'on sépare au contraire la vapeur de son eau génératrice, et que l'on augmente alors la température, l'état de maximum de densité cessera, puisqu'il n'y aura point d'eau pour fournir le surplus de vapeur, ou l'accroissement de densité correspondant à l'accroissement de température. Ainsi, il n'y aura plus alors cette liaison invariable mentionnée plus haut, entre la température et la pression, et l'on pourra, par des moyens accessoires, augmenter ou diminuer l'une à son gré, sans que l'autre varie nécessairement d'une manière correspondante, comme cela a lieu dans le cas du maximum de densité.

Il est donc nécessaire de distinguer l'un de l'autre ces deux états de la vapeur.

Une des lois les plus importantes à connaître sur les propriétés de la vapeur, est celle qui sert à déterminer la force élastique de la vapeur en contact avec le liquide, quand on connaît la température sous laquelle elle se forme; ou réciproquement, à déterminer cette température, lorsque la force élastique est connue. Non-seulement cette recherche est d'une utilité directe, mais nous ver-

rons plus loin qu'elle sert également à déterminer la densité ou le volume relatif de la vapeur formée sous une pression donnée, connaissance qui est indispensable pour le calcul des machines à vapeur.

On avait depuis long-temps entrepris des expériences à ce sujet, et elles étaient fort nombreuses pour les vapeurs formées sous des pressions moindres que celle de l'atmosphère; mais pour les températures élevées, les expériences ne s'étendaient en général qu'à des pressions de quatre ou cinq atmosphères. Quelques-unes seulement allaient jusqu'à huit, et encore sans présenter une échelle complète dans l'intervalle. L'extrême difficulté de ces sortes de recherches, lorsqu'on veut avoir des résultats réellement exacts, les dépenses considérables qu'elles entraînent et le danger auquel elles exposent, avaient empêché jusque-là qu'on ne poussât les expériences plus loin. C'est à l'Académie des Sciences de l'Institut de France que l'on doit une table complète à cet égard. Elle confia le soin de ces délicates expériences à deux savants illustres, MM. Arago et Dulong, qui y employèrent tout ce qu'une connaissance parfaite des lois de la physique peut suggérer de soins, pour éviter les causes ordinaires d'erreurs. Jamais recherches de ce genre ne furent conduites sur une échelle aussi vaste, ni avec plus d'exactitude. La pression de la vapeur y fut mesurée par des colonnes effectives de mercure contenues dans des tubes de cristal, qui formaient ensemble une

hauteur de 80 pieds (87 pieds anglais). Les instruments furent fabriqués exprès par les plus habiles constructeurs, et aucune dépense nécessaire ne fut épargnée (1). Aussi le plus grand degré de confiance doit-il être attaché à leurs résultats.

Ces belles expériences fournissent une série complète d'observations depuis 1 atmosphère de pression jusqu'à 24. Cependant, pour étendre la table au-delà de cette limite, MM. Dulong et Arago ont cherché à déduire de leurs observations une formule qui pût représenter sans erreur notable les températures pour des pressions plus élevées encore. Ils y sont parvenus en effet, au moyen d'une formule que nous rapporterons dans un instant, et dont l'accord avec l'expérience est tel pour toute la partie de l'échelle supérieure à quatre atmosphères, qu'on a lieu de penser qu'en l'appliquant à des pressions s'élevant jusqu'à 50 atmosphères, on ne pourrait en aucun cas se tromper sur la température de plus de 1 degré du thermomètre centigrade ou 1.8 degré de Fahrenheit. Ils purent donc, tant par le résultat de l'observation directe qu'au moyen d'une formule parfaitement justifiée, dresser une table des tempéra-

(1) *Voyez :* Exposé des recherches faites par ordre de l'Académie des Sciences, pour déterminer les forces élastiques de la vapeur d'eau, à de hautes températures. *Mémoires de l'Académie des Sciences*, tome X; *Annales de Chimie et de Physique*, tome XLIII, 1830.

tures de la vapeur jusqu'à 50 atmosphères de pression avec la certitude de ne commettre aucune erreur digne de considération.

Quoique la formule de MM. Arago et Dulong puisse encore s'appliquer aux pressions comprises entre 1 et 4 atmosphères, avec une approximation qui suffirait au plus grand nombre des besoins dans les arts, ils n'en indiquèrent pas l'emploi pour cet intervalle, parce que, dans cette partie de l'échelle, d'autres formules déjà connues s'accordent plus exactement avec les résultats de l'observation, et que l'on doit par conséquent y avoir recours de préférence. Parmi ces formules, celle originairement proposée par Tredgold, et modifiée ensuite par M. Mellet, son traducteur, était celle qui donnait les résultats les plus exacts; et l'on ne trouve aucun inconvénient à son emploi quand il s'agit seulement de dresser une table par intervalles de demi-atmosphère. Mais comme, pour l'usage commode des formules que nous proposerons dans cet ouvrage, nous aurons besoin d'établir une table par intervalle de livre en livre par pouce carré, ou de dixième en dixième d'atmosphère; nous croyons devoir préférer une formule que nous donnerons un peu plus bas avec les autres, et qui, tout en s'approchant autant que celle de Tredgold des résultats de l'observation directe, dans les points fournis par l'expérience, a de plus l'avantage de retomber exactement de 4 à $4\frac{1}{2}$ atmosphères dans la formule de MM. Dulong et

Arago, qui doit en faire la continuation (1).

Ces formules, ainsi que d'autres semblables, ont l'inconvénient de ne convenir qu'à une partie limitée de l'échelle des températures. Celle de Tredgold modifiée, de même que celle que nous proposons de lui substituer, représentent très bien les observations pour l'intervalle compris entre 1 et 4 atmosphères; mais au-dessous de ce point elles sont incorrectes, et au-dessus elles le cèdent en exactitude à celle de MM. Dulong et Arago.

Cette dernière s'accorde d'une manière remarquable avec les faits depuis 4 atmosphères jusqu'à

---

(1) En comparant les deux formules avec les résultats de l'observation, on trouve, en effet, en mesures françaises :

Force élastique, en atmosphères.	Température observée.	Température donnée par la form. de Tredgold, modifiée par M. Mellet.	Température donnée par la formule proposée.	Température donnée par la formule de MM. Arago et Dulong.
1	100	99.96	100	»
2.14	123.7	123.64	123.34	»
2.8705	133.3	133.54	133.17	»
4	»	145.43	144.88	»
4.5735	149.7	150.39	149.79	149.77

On voit que la formule que nous proposons, s'écarte des températures observées à peu près autant que celle de Tredgold modifiée; mais que seulement, comme la différence avec l'observation est en *moins* au lieu d'être en *plus*, il en résulte sa coïncidence à 4 ½ atmosphères avec celle de MM. Arago et Dulong.

24. Dans cet intervalle, son plus grand écart est de 0.4 degré du thermomètre centigrade, ou 0.7 Fahrenheit, et presque tous les autres ne sont que 0.1 degré centigrade ou 0.18 Fahrenheit; mais nous avons déjà dit qu'au-dessous de 4 atmosphères, elle commence à s'écarter de l'observation.

Enfin, parmi les formules proposées par divers auteurs pour le même objet, celle de Southern convient bien aux vapeurs formées sous des pressions inférieures à celle de l'atmosphère; elle ne s'écarte alors de la vérité que dans les pressions très basses, comme on le voit d'après les expériences de cet ingénieur. Mais, pour les pressions supérieures à la pression atmosphérique, elle cesse d'avoir cette exactitude : de 1 à 4 atmosphères, elle donne plus d'erreur que celle de Tredgold modifiée, et au-delà de 4 atmosphères l'erreur s'élève rapidement à 1 degré et 1.5 degré centigrade, ou de 2 à 2.6 degrés de Fahrenheit; de sorte que la formule de MM. Arago et Dulong, qui est d'ailleurs d'un calcul plus facile, lui est alors de beaucoup préférable.

Aucune de ces formules ne convient donc à la série totale de l'échelle des températures, et ce serait vouloir introduire sciemment des erreurs dans les tables, que de s'en tenir exclusivement à l'une quelconque d'entre elles. Comme d'ailleurs, la véritable loi théorique qui lie les pressions aux températures, est inconnue, et que

les formules dont nous parlons ne sont que des formules d'interpolation, uniquement établies par leur coïncidence avec les faits, le seul moyen d'en faire usage, est d'appliquer respectivement chacune d'elles à la portion de la série à laquelle elle convient. Alors, d'après la comparaison de leurs résultats avec l'expérience, on peut être assuré qu'en aucun point l'erreur ne dépassera 7 dixièmes de degré sur la température de Fahrenheit, ou 4 dixièmes de degré sur celle du thermomètre centigrade. C'est le moyen suivi avant nous, et que nous avons de même adopté pour la formation des tables que nous présenterons dans un instant.

Les formules qui ont servi à la formation de ces tables, sont donc les suivantes, que nous rapportons ici, non pas sous leur forme originale, mais transformées, pour plus de commodité, en mesures usuelles dans la pratique; c'est-à-dire en y exprimant la pression p en livres par pouce carré ou en kilogrammes par centimètre carré, et la température t, en degrés du thermomètre de Fahrenheit ou du thermomètre centigrade, comptés à l'ordinaire.

Formule de Southern, convenable aux pressions moindres que celle de l'atmosphère (mesures françaises):

$$p = 0.0034542 + \left(\frac{46.278 + t}{145.360}\right)^{5.13},$$

$$t = 145.360 \sqrt[5.13]{p - 0.0034542} - 46.278.$$

Formule de Tredgold modifiée par M. Mellet, convenable aux pressions de 1 à 4 atmosphères (mesures françaises):

$$p = \left(\frac{75 + t}{174}\right)^6,$$

$$t = 174\sqrt[6]{p} - 75.$$

Formule convenable, ainsi que la précédente, aux pressions de 1 à 4 atmosphères (mesures françaises):

$$p = \left(\frac{72.67 + t}{171.72}\right)^6,$$

$$t = 171.72\sqrt[6]{p} - 72.67.$$

Formule de MM. Dulong et Arago, convenable aux pressions de 4 à 50 atmosphères (mesures françaises):

$$p = (0.28658 + 0.0072003\,t)^5.$$

$$t = 138.883\sqrt[5]{p} - 39.802.$$

Formule de Southern, convenable aux pressions moindres que celle de l'atmosphère (mesures anglaises):

$$p = 0.04948 + \left(\frac{51.3 + t}{155.7256}\right)^{5.13},$$

$$t = 155.7256\sqrt[5.13]{p - 0.04948} - 51.3.$$

Formule de Tredgold modifiée par M. Mellet,

convenable aux pressions de 1 à 4 atmosphères (mesures anglaises) :

$$p = \left(\frac{103 + t}{201.18}\right)^6,$$

$$t = 201.18\sqrt[6]{p} - 103.$$

Formule convenable, ainsi que la précédente, aux pressions de 1 à 4 atmosphères (mesures anglaises) :

$$p = \left(\frac{98.806 + t}{198.562}\right)^6,$$

$$t = 198.562\sqrt[6]{p} - 98.806.$$

Formule de MM. Dulong et Arago, convenable aux pressions de 4 à 50 atmosphères (mesures anglaises) :

$$p = (0.26793 + 0.0067585\, t)^5,$$

$$t = 147.961\sqrt[5]{p} - 39.644.$$

Outre les formules que nous venons de rapporter, il en existe une autre proposée par M. Biot, et qui, comparée par cet illustre physicien aux expériences dont il vient d'être parlé plus haut sur les pressions élevées, à celles de Taylor sur les pressions plus rapprochées de 100 degrés et à une nombreuse série d'observations inédites faites par M. Gay-Lussac, depuis 100° jusqu'à —20 degrés centigrades, reproduit les résultats observés avec des écarts accidentels très petits, tels qu'en

comportent les expériences elles-mêmes. Cette formule, qui a par conséquent, sur les précédentes, l'avantage de s'appliquer à tous les points de l'échelle indistinctement, est la suivante:

$$\log p = a - a_1 \alpha_1^{20+t} - a_2 \alpha_2^{20+t}.$$

Log p est le logarithme tabulaire de la pression exprimée en millimètres de mercure à 0°; t est la température centésimale comptée sur le thermomètre à air, et les quantités a, a_1, a^2, α_1, α_2 sont des constantes qui ont les valeurs que voici:

$$a = 5.96131\ 33025\ 9,$$
$$\log a_1 = \bar{1}.82340\ 68819\ 3,$$
$$\log \alpha_1 = -\ 0.01309\ 73429\ 5,$$
$$\log a_2 = 0.74110\ 95183\ 7,$$
$$\log \alpha_2 = -\ 0.00212\ 51058\ 3.$$

Cette formule ne peut manquer d'être extrêmement utile dans un grand nombre de recherches délicates sur les effets de la vapeur d'eau; mais pour établir, par son moyen, une table de la forme qui nous est nécessaire, il faut d'abord en déduire la pression de degré en degré du thermomètre à air, puis changer ceux-ci en degrés du thermomètre à mercure; et comme alors on n'aura pas les degrés de température correspondants à des pressions données, par intervalles réguliers, il faudra chercher ensuite ceux-ci par une interpolation subséquente. Ces longueurs nous ont engagé à donner la préférence aux formules précédem-

ment citées, pour la construction des tables que nous présenterons plus loin.

§ 2. *Relation entre les volumes relatifs et les pressions, à température égale, ou entre les volumes relatifs et les températures, à pression égale, dans les vapeurs séparées du liquide.*

Nous avons dit que, quand la vapeur est en contact avec le liquide producteur, sa pression est nécessairement liée à sa température; et comme la densité d'un fluide élastique ne dépend que de sa température et de sa pression, il s'ensuit que cette densité est alors toujours constante, pour une température ou une pression donnée. Mais lorsque la vapeur est séparée du liquide, cette liaison entre la température et la pression n'existe plus. On peut donc alors faire varier la température de la vapeur sans changer sa pression, ou réciproquement; et, selon que l'on fait varier l'un ou l'autre de ces deux éléments, la densité de la vapeur éprouve des changements qui ont été l'objet des recherches des physiciens.

Une loi très remarquable dans les effets des gaz ou des vapeurs, est celle qui a été découverte par Mariotte, et confirmée depuis, jusqu'à des pressions de 27 atmosphères, par MM. Arago et Dulong. Elle consiste en ce que, si l'on fait varier le volume d'un poids donné de gaz ou de vapeur, sans changer sa température, la force élastique de ce gaz

variera en raison inverse du volume qu'on lui fait occuper, ou, si l'on veut, en raison directe de sa densité. C'est-à-dire que si v et v' expriment les volumes occupés par un même poids de vapeur, ou les volumes relatifs de la vapeur, et p et p' les pressions qui maintiennent la vapeur comprimée sous ces volumes respectifs, la température étant en outre la même dans les deux cas, on aura la relation suivante :

$$\frac{p}{p'} = \frac{v'}{v}.$$

D'après cette loi, si l'on comprime un poids donné d'un fluide élastique à moitié de son volume primitif, sans changer sa température, la force élastique de ce fluide deviendra double. Mais il est clair que cet effet, pris isolément, ne peut avoir lieu dans les vapeurs en contact avec le liquide, parce qu'il suppose que pendant le changement de pression, la température reste constante, et que nous avons vu, au contraire, que dans les vapeurs dont il est question, la pression accompagne toujours la température, et réciproquement.

Une autre propriété également importante pour apprécier les effets de la vapeur, a été découverte par un chimiste célèbre de nos jours, M. Gay-Lussac. Elle consiste en ce que, si l'on fait varier la température d'un poids donné d'un fluide élastique, en maintenant sa tension au même degré,

il éprouvera des augmentations de volume exactement proportionnelles aux augmentations de température; et pour chaque degré du thermomètre centigrade, l'accroissement de volume sera de 0.00364 du volume qu'occupe le même poids de fluide à la température zéro. Si les températures sont prises au thermomètre de Fahrenheit, chaque augmentation de 1 degré dans la température, produira un accroissement de 0.00202 du volume occupé par le fluide à la température de 32°.

Si donc nous appelons V le volume du poids donné de fluide élastique, sous une pression quelconque et à la température de 32 degrés de Fahrenheit, ou zéro du thermomètre centigrade, le volume qu'il occupera sous la même pression et à la température t, sera, en mesures anglaises :

$$v = V + V \times 0.00202\,(t - 32);$$

ou en mesures françaises :

$$v = V + V \times 0.00364t.$$

Il s'ensuit qu'entre les volumes relatifs v et v', occupés par le même poids de vapeur à la même pression, et sous les températures respectives t et t', on a la relation, en mesures anglaises :

$$\frac{v}{v'} = \frac{1 + 0.00202\,(t - 32)}{1 + 0.00202\,(t' - 32)};$$

ou en mesures françaises :

$$\frac{v}{v'} = \frac{1 + 0.00364t}{1 + 0.00364t'}.$$

Cette loi supposant que la température de la vapeur change, sans que la pression subisse cependant aucun changement, ne peut, évidemment, convenir aux effets qui se produisent dans les vapeurs en contact avec le liquide, puisque dans celles-ci la pression change nécessairement et spontanément avec la température.

§ 3. *Relation entre les volumes relatifs, les pressions et les températures, dans les vapeurs en contact ou non avec le liquide.*

Ainsi qu'on vient de le dire, la loi de Mariotte, non plus que celle de Gay-Lussac, ne peuvent s'appliquer isolément aux changements qui surviennent dans les vapeurs qui continuent de rester en contact avec le liquide. Mais il est clair que, de leur ensemble, on peut déduire une troisième relation propre à déterminer les variations de volume qui ont lieu dans les vapeurs, en vertu d'un changement simultané dans la température et dans la pression; et cette relation pourra, dès-lors, comprendre le cas des vapeurs en contact avec le liquide, puisqu'il suffira d'introduire dans la formule les pressions et températures qui, dans cet état de la vapeur, se correspondent entre elles.

Supposons donc qu'il s'agisse de connaître le volume occupé par un poids donné de vapeur, qui passe de la pression p' et de la température t', à la pression p et à la température t. On pourra supposer que la vapeur passe d'abord de la pres-

sion p' à la pression p sans altérer sa température, ce qui donnera entre les volumes relatifs de la vapeur, d'après la loi de Mariotte,

$$V' = v' \frac{p'}{p};$$

puis ensuite on supposera que cette vapeur passe de la température t' à la température t, sans altérer sa pression, et le volume relatif de la vapeur, deviendra, d'après la loi de Gay-Lussac, en mesures anglaises :

$$v = V' \frac{1 + 0.00202(t - 32)}{1 + 0.00202(t' - 32)} = v' \frac{p'}{p} \cdot \frac{1 + 0.00202(t - 32)}{1 + 0.00202(t' - 32)};$$

ou en mesures françaises :

$$v = V' \frac{1 + 0.00364t}{1 + 0.00364t'} = v' \frac{p'}{p} \cdot \frac{1 + 0.00364t}{1 + 0.00364t'}.$$

On aura donc, par ce moyen, la loi suivant laquelle le volume relatif de la vapeur change, en vertu d'une combinaison donnée de pression et de température. Par conséquent, en ne mettant dans cette équation pour p et t, p' et t', que les pressions et températures qui se correspondent dans les vapeurs en contact avec le liquide, on aura les changements analogues qui se produisent dans le volume relatif de la vapeur, lorsqu'on ne la sépare pas de son eau génératrice.

D'un autre côté, on sait par expérience, que sous la pression atmosphérique ou 14.706 lbs par pouce carré, et à la température de 212 degrés de

Fahrenheit, ou en mesures françaises, sous la pression de 1.0335 kilogrammes par centimètre carré, et à la température de 100 degrés du thermomètre centigrade, le volume relatif de la vapeur en contact avec le liquide est 1700 fois celui de l'eau qui l'a produite. On peut donc facilement en conclure le volume du même poids de vapeur à une pression quelconque p et à la température t correspondante. Il suffira, pour cela, de mettre pour p', t', et v' les valeurs ci-dessus, dans l'équation générale qu'on a obtenue plus haut, et l'on trouvera pour résultat :

En mesures anglaises :

$$v = 1700 \times \frac{14.706}{p} \times \frac{1+0.00202(t-32)}{1+0.00202 \times 180}$$

$$= 18329 \frac{1+0.00202(t-32)}{p};$$

ou en mesures françaises :

$$v = 1700 \times \frac{1.033}{p} \cdot \frac{1+0.00364\,t}{1+0.364} = 1287 \frac{1+0.00364\,t}{p}.$$

Ainsi, nous pourrons, au moyen de cette relation, calculer le volume relatif de la vapeur formée sous une pression donnée, dès que nous connaîtrons la température qui correspond à cette pression dans les vapeurs au maximum de densité.

En calculant donc la température de la vapeur au maximum de densité d'après les formules que

nous avons données dans le paragraphe 1er de ce chapitre, on formera d'abord la première colonne du tableau suivant. Puis, en se servant de cette suite de températures pour les introduire dans la formule qui précède, on en conclura la troisième colonne ou les volumes relatifs de la vapeur en contact avec le liquide, sous toutes les pressions comprises entre 1 et 8 atmosphères. Cette table dispensera, par conséquent, de tout calcul, soit à l'égard de la recherche des températures, soit à l'égard de celle des volumes relatifs ou des densités; et son étendue suffira pour toutes les applications qui se présentent dans le travail des machines.

Lorsque nous parlons de la vapeur *formée* sous une pression donnée, nous entendons que cette vapeur est prise au moment de sa formation, et par conséquent en contact avec le liquide. Nous avons expliqué ailleurs que le volume de la vapeur comparé à celui de l'eau qui l'a produite, n'est autre chose que ce que nous appelons le volume *relatif* de la vapeur.

TABLE *du volume de la vapeur, formée sous différentes pressions, comparé au volume de l'eau qui l'a produite (mesures françaises).*

PRESSION TOTALE, en kilogrammes par centimètre carré.	TEMPÉRATURE correspondante, au thermomètre centigrade.	VOLUME de la vapeur comparé au volume de l'eau qui l'a produite.
0.1	45.9	15019
0.2	59.6	7831
0.3	68.4	5358
0.4	75.1	4097
0.5	80.5	3329
0.6	85.2	2810
0.7	89.2	2435
0.8	92.8	2152
0.9	94.4	1921
1	99.0	1751
1.1	101.8	1604
1.2	104.4	1480
1.3	106.7	1375
1.4	109.0	1284
1.5	111.1	1205
1.6	113.0	1135
1.7	114.9	1074
1.8	116.7	1019
1.9	118.4	969
2	120.1	925
2.1	121.7	884
2.2	123.2	847
2.3	124.6	813
2.4	126.1	782
2.5	127.4	754
2.6	128.7	727
2.7	130.0	702
2.8	131.2	679
2.9	132.4	658
3	133.6	638

TABLE *du volume de la vapeur, formée sous différentes pressions, comparé au volume de l'eau qui l'a produite (mesures françaises).*

PRESSION TOTALE, en kilogrammes par centimètre carré.	TEMPÉRATURE correspondante, au thermomètre centigrade.	VOLUME de la vapeur, comparé au volume de l'eau qui l'a produite.
3.1	134.7	619
3.2	135.8	601
3.3	136.9	584
3.4	137.9	569
3.5	138.9	554
3.6	139.9	540
3.7	140.9	526
3.8	141.8	514
3.9	142.8	502
4	143.7	490
4.1	144.6	479
4.2	145.3	468
4.3	146.1	459
4.4	147.0	449
4.5	147.8	440
4.6	148.7	431
4.7	149.5	423
4.8	150.3	415
4.9	151.1	407
5	151.8	400
5.1	152.6	393
5.2	153.3	386
5.3	154.1	379
5.4	154.8	373
5.5	155.5	366
5.6	156.2	360
5.7	156.9	355
5.8	157.6	349
5.9	158.3	344
6	158.9	339

TABLE *du volume de la vapeur, formée sous différentes pressions, comparé au volume de l'eau qui l'a produite* (*mesures françaises*).

PRESSION TOTALE, en kilogrammes par centimètre carré.	TEMPÉRATURE correspondante, au thermomètre centigrade.	VOLUME de la vapeur comparé au volume de l'eau qui l'a produite.
6.1	159.6	334
6.2	160.3	329
6.3	160.9	324
6.4	161.5	319
6.5	162.1	315
6.6	162.8	311
6.7	163.4	306
6.8	164.0	302
6.9	164.6	298
7	165.2	294
7.1	165.7	290
7.2	166.3	287
7.3	166.9	283
7.4	167.5	280
7.5	168.0	277
7.6	168.6	273
7.7	169.1	270
7.8	169.7	267
7.9	170.2	264
8	170.7	261
8.5	173.3	247
9	175.7	234
9.5	178.1	223
10	180.3	213

TABLE *du volume de la vapeur, formée sous différentes pressions, comparé au volume de l'eau qui l'a produite (mesures françaises).*

PRESSION TOTALE, en kilogrammes par centimètre carré.	TEMPÉRATURE correspondante, au thermomètre centigrade.	VOLUME de la vapeur, comparé au volume de l'eau qui l'a produite.
3.1	134.7	619
3.2	135.8	601
3.3	136.9	584
3.4	137.9	569
3.5	138.9	554
3.6	139.9	540
3.7	140.9	526
3.8	141.8	514
3.9	142.8	502
4	143.7	490
4.1	144.6	479
4.2	145.3	468
4.3	146.1	459
4.4	147.0	449
4.5	147.8	440
4.6	148.7	431
4.7	149.5	423
4.8	150.3	415
4.9	151.1	407
5	151.8	400
5.1	152.6	393
5.2	153.3	386
5.3	154.1	379
5.4	154.8	373
5.5	155.5	366
5.6	156.2	360
5.7	156.9	355
5.8	157.6	349
5.9	158.3	344
6	158.9	339

TABLE *du volume de la vapeur, formée sous différentes pressions, comparé au volume de l'eau qui l'a produite* (*mesures françaises*).

PRESSION TOTALE, en kilogrammes par centimètre carré.	TEMPÉRATURE correspondante, au thermomètre centigrade.	VOLUME de la vapeur comparé au volume de l'eau qui l'a produite.
6.1	159.6	334
6.2	160.3	329
6.3	160.9	324
6.4	161.5	319
6.5	162.1	315
6.6	162.8	311
6.7	163.4	306
6.8	164.0	302
6.9	164.6	298
7	165.2	294
7.1	165.7	290
7.2	166.3	287
7.3	166.9	283
7.4	167.5	280
7.5	168.0	277
7.6	168.6	273
7.7	169.1	270
7.8	169.7	267
7.9	170.2	264
8	170.7	261
8.5	173.3	247
9	175.7	234
9.5	178.1	223
10	180.3	213

TABLE *du volume de la vapeur, formée sous différentes pressions, comparé au volume de l'eau qui l'a produite mesures anglaises).*

PRESSION TOTALE, en livres anglaises par pouce carré.	TEMPÉRATURE correspondante, au thermomètre de Fahrenheit.	VOLUME de la vapeur comparé au volume de l'eau qui l'a produite.
59	293.0	474
60	294.1	467
61	294.9	460
62	295.9	453
63	297.0	447
64	298.1	440
65	299.1	434
66	300.1	428
67	301.2	422
68	302.2	417
69	303.2	411
70	304.2	406
71	305.1	401
72	306.1	396
73	307.1	391
74	308.0	386
75	308.9	381
76	309.9	377
77	310.8	372
78	311.7	368
79	312.6	364
80	313.5	359
81	314.3	355
82	315.2	351
83	316.1	348
84	316.9	344
85	317.8	340
86	318.6	337
87	319.4	333

TABLE *du volume de la vapeur, formée sous différentes pressions, comparé au volume de l'eau qui l'a produite (mesures anglaises).*

PRESSION TOTALE, en livres anglaises par pouce carré.	TEMPÉRATURE correspondante, au thermomètre de Fahrenheit.	VOLUME de la vapeur comparé au volume de l'eau qui l'a produite.
88	320.3	330
89	321.1	326
90	321.9	323
91	322.7	320
92	323.5	317
93	324.3	313
94	325.0	310
95	325.8	307
96	326.6	305
97	327.3	302
98	328.1	299
99	328.8	296
100	329.6	293
105	333.2	281
120	343.3	249
135	352.4	224
150	360.8	203
165	368.5	187
180	375.6	173
195	382.3	161
210	388.6	150
225	394.6	141
240	400.2	133

§ 4. *Relation directe entre les volumes relatifs et les pressions, dans les vapeurs en contact avec le liquide.*

On vient de voir, d'après les formules données dans le paragraphe précédent, que la densité et le volume relatif de la vapeur, séparée ou non du liquide, se déduisent de la connaissance simultanée de la pression et de la température. D'un autre côté, on sait que dans les vapeurs en contact avec le liquide, la température dépend immédiatement de la pression. Il doit donc être possible de trouver une relation, propre à déterminer directement le volume relatif de la vapeur en contact avec le liquide, ou si l'on veut, de la vapeur au maximum de densité et de pression pour sa température, au moyen de la simple connaissance de la pression sous laquelle elle se forme.

L'équation qui donne le volume relatif de la vapeur, dans un état quelconque, en fonction de sa pression et de sa température, a été donnée plus haut. Nous avons fait connaître de même les formules au moyen desquelles on détermine la température en fonction de la pression, dans les vapeurs en contact avec le liquide. En éliminant donc la température entre l'équation des volumes et celle des températures, on obtiendra définitivement la relation cherchée, ou le volume relatif de la vapeur au maximum de densité, en fonction de sa pression seulement.

Mais ici se présente la difficulté. D'abord la formule de M. Biot ne pouvant se résoudre par rapport à la température, ne permet pas l'élimination nécessaire. Ensuite, l'ensemble des trois formules rapportées plus haut, et que l'on fait succéder les unes aux autres, convient fort bien à la formation de tables de correspondance entre les pressions et les températures, quand c'est le but qu'on se propose. De même encore, quand il s'agit d'une recherche relative à la détente de la vapeur dans une machine, et qu'on sait exactement dans quelles limites de pression cette détente s'exercera, on peut discerner immédiatement, laquelle des trois formules est applicable au cas que l'on a à considérer, et il est possible alors d'éliminer t entre cette formule et l'équation des volumes. Mais s'il s'agit, par exemple, du cas où la vapeur se formant dans la chaudière sous une pression de 8 ou 10 atmosphères, pourrait, selon les circonstances du mouvement, se détendre pendant son action dans la machine, soit à une pression moindre que 1 atmosphère, soit à une pression comprise entre 1 et 4 atmosphères, soit enfin à une pression supérieure à 4 atmosphères; alors on ne saura plus laquelle des trois formules devra servir à l'élimination, et il sera impossible d'arriver à une équation générale représentant, dans tous les cas, l'effet de la machine.

D'ailleurs, quand on adopterait l'une quelconque de ces formules, les radicaux élevés qu'elles

contiennent, introduiraient encore dans les calculs, une complication qui ne saurait convenir aux applications pratiques.

Les équations de température connues jusqu'à présent ne peuvent donc résoudre la question qui s'offre ici, c'est-à-dire, satisfaire aux besoins du calcul des machines à cet égard; et par conséquent, le seul parti à prendre est de chercher directement une relation approximative, propre à donner immédiatement le volume relatif de la vapeur au maximum de densité, en fonction de sa pression seulement.

Dans ce but, M. Navier avait proposé l'expression

$$\mu = \frac{1000}{0.09 + 0.0000484p},$$

dans laquelle μ est le rapport du volume de la vapeur à celui occupé par un même poids d'eau, et p la pression exprimée en kilogrammes par mètre carré. Mais cette formule, assez exacte pour les hautes pressions, s'écarte considérablement de l'expérience pour les pressions inférieures à la pression atmosphérique, qui sont utiles pour les machines à condensation. En outre, dans les machines sans condensation, et par conséquent à haute pression, il est possible d'en trouver une beaucoup plus exacte, comme on va le voir. Nous croyons donc devoir proposer, pour cet objet, les formules suivantes :

Formule pour les machines de divers systèmes, à *condensation* :

$$\mu = \frac{10000}{0.4227 + 0.000529p}, \text{ en mesures françaises,}$$

$$\mu = \frac{10000}{0.4227 + 0.00258p}, \text{ en mesures anglaises.}$$

Formule pour les machines à haute pression, *sans condensation* :

$$\mu = \frac{10000}{1.421 + 0.000471p}, \text{ en mesures françaises.}$$

$$\mu = \frac{10000}{1.421 + 0.0023p}, \text{ en mesures anglaises.}$$

Dans ces formules, la pression p est exprimée en kilogrammes par mètre carré, ou en livres anglaises par pied carré, selon les mesures employées.

La première de ces deux formules convient également aux pressions supérieures et inférieures à celle de l'atmosphère, du moins dans les limites que l'on a besoin de considérer pour les applications des machines à vapeur.

On sait que la plus grande pression en usage dans la chaudière, ne surpasse pas 8 atmosphères, ou 120 livres par pouce carré ; et d'un autre côté, il est facile de reconnaître que l'on n'a, en aucun cas, à calculer les effets de la vapeur agissant comme force motrice dans la machine, à une pression inférieure à 8 ou 10 livres par pouce

carré ou environ $\frac{2}{3}$ d'atmosphère. En effet, dans une machine à condensation, la vapeur, après que la communication a été ouverte avec le condenseur, ne descend jamais *dans le cylindre*, à une pression moindre que 4 livres par pouce carré; en outre, le frottement propre à la machine peut être estimé à 1 lb par pouce carré; et enfin, il est impossible de supposer une charge qui, tant par elle-même que par le surplus de frottement qu'elle engendre dans la machine, produise contre le piston, une pression moindre que 3 livres par pouce carré. Ainsi, la résistance qui doit être surmontée par la force de la vapeur, ne peut, en aucun cas, être moindre que 8 livres par pouce carré; et par conséquent la vapeur ne peut descendre dans le cylindre, à une pression moindre que 8 livres par pouce carré. Une formule qui donne les volumes exacts jusqu'à cette pression, est donc tout ce qui est nécessaire pour les calculs dont on a besoin, et nous verrons, dans un instant, que la formule proposée remplit cette condition.

Cette première formule pourrait aussi être employée sans erreur notable pour les machines sans condensation. Cependant, comme dans celles-ci la vapeur ne peut guère se dépenser à une pression totale moindre que 2 atmosphères, en raison de la pression atmosphérique, du frottement de la machine et de la résistance de la charge, il est inutile de demander à la formule de donner des volumes exacts pour les pressions moindres que

2 atmosphères. Pour ce cas donc, on trouvera que la seconde formule donne une beaucoup plus grande exactitude, et nous la choisirons, par conséquent, alors de préférence.

On remarquera, du reste, qu'outre la nécessité de ces formules pour le calcul général de l'effet des machines, elles ont encore l'avantage pour les autres besoins des arts, de dispenser entièrement des tables de température, et de suppléer aux tables des volumes de la vapeur, lorsqu'on n'a pas celles-ci près de soi.

Enfin, pour qu'on puisse se faire une idée précise de l'approximation que donnent les deux formules dont nous venons de parler, nous joignons ici une table des valeurs qu'elles fournissent pour les principaux points de l'échelle des pressions.

VOLUME *relatif de la vapeur, formée sous différentes pressions, calculé par les formules proposées (mesures françaises.)*

PRESSION TOTALE de la vapeur, en kilogrammes par centimètre carré.	VOLUME de la vapeur, calculé par les formules ordinaires.	VOLUME calculé par la formule proposée pour les machines à condensation.	VOLUME calculé par la formule proposée pour les machin. à haute pression sans condensation.
0.1	15019	»	»
0.2	7831	»	»
0.3	5358	»	»
0.4	4097	»	»
0.5	3329	3260	»
0.6	2810	2781	»
0.7	2435	2424	»
0.8	2152	2148	»
0.9	1921	1929	»
1	1751	1751	»
1.5	1205	1197	1178
2	925	909	922
2.5	754	733	758
3	638	614	643
3.5	554	528	558
4	490	463	494
4.5	440	413	442
5	400	372	400
5.5	366	339	366
6	339	311	337
6.5	315	287	312
7	294	267	291
7.5	277	249	272
8	261	234	256
8.5	247	220	241
9	234	208	228
9.5	223	197	217
10	213	188	206

VOLUME *relatif de la vapeur, formée sous différentes pressions, calculé par les formules proposées (mesures anglaises.)*

PRESSION TOTALE de la vapeur, en livres par pouce carré.	VOLUME de la vapeur calculé par les formules ordinaires.	VOLUME calculé par la formule proposée pour les machines à condensation.	VOLUME calculé par la formule proposée pour les machin. à haute pression sans condensation.
5	4624	4386	»
6	3901	3771	»
7	3380	3307	»
8	2985	2946	»
9	2676	2655	»
10	2427	2417	»
11	2222	2218	»
12	2050	2049	»
13	1903	1904	»
14	1777	1778	»
15	1669	1668	»
20	1280	1273	1243
25	1042	1030	1031
30	882	864	881
35	765	745	768
40	677	654	682
45	608	583	613
50	552	526	556
55	506	479	509
60	467	440	470
65	434	407	436
70	406	378	406
75	381	354	381
80	359	332	358
85	340	312	338
90	323	295	320
105	281	254	276
120	249	222	243
135	224	198	217
150	203	178	196

§ 5. *De la chaleur constitutive de la vapeur en contact avec le liquide.*

Il est encore, relativement aux propriétés de la vapeur, une recherche qui a fixé depuis longtemps l'attention des physiciens : c'est celle de la quantité de chaleur nécessaire pour constituer la vapeur à l'état de fluide élastique sous divers degrés de tension.

On sait que lorsqu'on fait vaporiser de l'eau sous la pression atmosphérique, en vain lui ajoute-t-on continuellement de nouvelles quantités de chaleur au moyen du foyer, jamais la température de l'eau, non plus que celle de la vapeur, ne s'élèvent au-delà de 100° du thermomètre centigrade, ou 212° du thermomètre de Fahrenheit. Il faut donc que toute la chaleur, qu'on ajoute sans cesse au liquide, passe dans la vapeur, mais s'y maintienne dans un état particulier, qu'on appelle *latent*, parce que cette chaleur, quoique matériellement transmise par le foyer, reste néanmoins insensible au thermomètre, et qu'elle ne se manifeste ensuite qu'en se dégageant au moment où l'on condense la vapeur.

Cette chaleur latente est évidemment employée à maintenir les molécules d'eau dans l'écartement convenable à leur nouvel état de fluide élastique, et elle est alors absorbée par la vapeur d'une manière semblable à celle qui a été absorbée par l'eau en passant de l'état solide, c'est-à-dire de l'état de

glace à l'état liquide; mais il est important d'en connaître la quantité, pour apprécier avec exactitude les modifications que peut subir la vapeur.

Quelques essais entrepris par Watt, avaient déjà fait apercevoir que la vapeur, au moment de sa formation, ou en contact avec le liquide, contient la même quantité de chaleur totale, à quelque degré de tension, ou si l'on veut, à quelque degré de densité qu'elle soit formée. Mais les expériences de MM. Sharpe et Clément sont venues, depuis, confirmer ce résultat. On en déduit que la quantité de chaleur contenue à l'état latent, dans la vapeur en contact avec le liquide, est de moins en moins grande, à mesure que la température de cette vapeur est plus élevée; de sorte que la chaleur *totale* ou la somme de la chaleur latente, plus la chaleur indiquée par le thermomètre, forment dans tous les cas une quantité constante, représentée par 650 degré du thermomètre centigrade ou 1170 degrés de celui de Fahrenheit.

Southern, au contraire, a conclu de quelques expériences sur la pression et la température de la vapeur, que ce serait la portion latente de la chaleur qui serait constante, et que pour avoir la quantité totale de chaleur actuellement contenue dans la vapeur formée à une température donnée, il faudrait, à cette température, ajouter un nombre constant, qui représenterait la chaleur latente absorbée par la vapeur dans le changement d'état.

Cette opinion a paru plus rationnelle à quelques auteurs, mais la première nous semble mise hors de doute par les observtions que nous allons rapporter.

On sait que, lorsqu'un fluide élastique se dilate dans un espace plus grand, cette dilatation est invariablement accompagnée d'un abaissement de température. Si donc la première des deux lois est exacte, il s'ensuit que la vapeur étant une fois formée sous une certaine pression, pourra être séparée du liquide, et pourvu seulement qu'on ne lui enlève, par un agent extérieur, aucune portion de son calorique primitif, elle pourra se dilater dans des espaces de plus en plus grands, en passant en même temps à des températures de plus en plus petites, sans cesser pour cela de rester au maximum de densité pour sa température actuelle. En effet, puisque nous supposons que la vapeur n'a perdu matériellement aucune portion de sa chaleur totale, il s'ensuit qu'elle en contient toujours précisément ce qu'il faut pour la constituer à l'état de maximum de densité à sa nouvelle température, aussi bien qu'à l'ancienne.

Si au contraire la loi de Southern est exacte, lorsque la vapeur, une fois séparée de l'eau génératrice, diminuera de densité en se dilatant dans des espaces de plus en plus considérables, elle ne restera pas au maximum de densité pour sa nouvelle température. En effet, si nous admettions ce fait, il s'ensuivrait que la loi de Watt se trouverait

vérifiée, puisque la nouvelle vapeur serait au maximum de densité, tout en contenant précisément la même quantité de chaleur totale que l'ancienne. Mais puisque nous admettons au contraire que la vapeur primitive contenait plus de chaleur qu'il n'en faut pour constituer la nouvelle à l'état de maximum de densité, il s'ensuit que ce surplus de chaleur, devenu libre maintenant, se répandra dans la nouvelle vapeur; et comme celle-ci est séparée du liquide, cet accroissement de chaleur ne pourra avoir pour effet d'augmenter la densité de la vapeur, mais sera tout entier sensible dans la température. Ainsi, nous aurons pour résultat, de la vapeur à une certaine densité, indiquée par les espaces relatifs dans lesquels s'est dilatée la vapeur, et à une température supérieure à celle qui convient à cette densité, pour les vapeurs au maximum de densité.

Or, dans une suite très nombreuse d'expériences dont nous parlerons dans un instant, nous avons trouvé que dans une machine à vapeur, dont les conduits étaient entièrement protégés contre tout refroidissement extérieur, la vapeur se formait sous une très haute pression, et en sortait sous des pressions très basses et très variées, et que dans tous les cas cette vapeur sortait exactement à l'état de vapeur au maximum de densité pour sa température. La loi de Southern est donc inadmissible, à moins qu'on ne veuille supposer que dans ces changements variés de pression, la vapeur au-

rait toujours perdu, par le contact avec les mêmes surfaces extérieures, précisément et strictement la quantité de chaleur, tantôt très considérable, tantôt très petite, dont aurait dû s'accroître sa température. Par conséquent nous regardons la loi de Watt comme la seule supportée par les faits.

La quantité *totale* de chaleur contenue dans la vapeur en contact avec le liquide, et sous une pression quelconque, est donc une quantité constante; et à mesure que la chaleur sensible augmente, la chaleur latente diminue au contraire d'une quantité égale. Mais on remarquera que cette loi n'a été reconnue que pour la vapeur en contact avec le liquide.

D'un autre côté, d'après cette même loi, si l'on conçoit de l'eau renfermée dans un vase capable d'une résistance suffisante, et que l'on soumette cette eau à des températures de plus en plus élevées, la chaleur latente de la vapeur qui s'en élèvera, sera toujours de plus en plus petite, à mesure que la température de formation sera plus considérable; et lorsque la vapeur se produira à une température égale à 650 degrés centigrades ou 1170 degrés de Fahrenheit, elle cessera d'absorber de la chaleur à l'état latent, et n'en recevra plus aucune portion qui ne devienne sensible au thermomètre. Nous devons donc conclure qu'à ce point la vapeur aura une densité égale à celle de l'eau, puisqu'en passant d'un état à l'autre, elle n'exigera plus de nouvelle dose de cha-

leur, comme cela serait nécessaire, s'il devait y avoir augmentation d'écartement entre les molécules. Ainsi l'eau, quoique toujours contenue dans le vase, y sera néanmoins passée en totalité, à l'état de vapeur; de sorte qu'il n'y aura plus de liquide en contact avec la vapeur, et la loi précédente cessera d'exister. Dès ce moment donc, on pourra ajouter au vase de nouvelles quantités de chaleur; mais au lieu d'agir sur un liquide, on n'agira plus que sur un fluide élastique, et ainsi tous les accroissements de chaleur qu'on lui fera subir, deviendront, comme dans tous les gaz, sensibles au thermomètre.

Cette observation explique la difficulté qui sans cela se présenterait, en ce qu'au-delà de 650 degrés centigrades ou de 1170 degrés de Fahrenheit, la loi précédente ne pourrait subsister qu'autant que la chaleur latente deviendrait une quantité négative, ce qui est impossible.

§ 6. *De la conservation du maximum de densité de la vapeur, pendant son action dans les machines.*

Lorsqu'une machine est en action, la vapeur se produit dans la chaudière à une certaine pression; de là elle passe dans le cylindre en prenant une pression différente, et ensuite, si la machine est à détente, la vapeur après sa séparation de celle de la chaudière, continue à se dilater de plus en plus dans le cylindre, jusqu'à la fin de la

course du piston. On suppose ordinairement que pendant tous les changements de pression que peut subir la vapeur, sa température se conserve la même, et l'on conclut en conséquence que, durant l'action de la vapeur dans la machine, la densité ou le volume relatif de cette vapeur suit la loi de Mariotte, c'est-à-dire que le volume relatif varie en raison inverse de la pression. Cette supposition simplifie considérablement les formules, mais comme nous allons voir qu'elle est contraire à l'expérience, il est nécessaire que nous recherchions quelle est la loi, suivant laquelle la vapeur change de température, en même temps qu'elle change de pression dans la machine. Et comme les calculs relatifs aux effets de la vapeur dépendent essentiellement du volume qu'elle occupe, il faut que nous recherchions ensuite quels changements ce volume éprouve, en raison des variations de température et de pression qui se produisent dans la vapeur pendant son action.

Nous remplacerons ainsi la relation précédemment indiquée, d'après la loi de Mariotte, par une autre plus réelle et déduite des faits eux-mêmes, ce qui est nécessaire pour calculer avec exactitude les effets de la vapeur.

Nous venons de dire que, dans les calculs relatifs aux machines, on suppose que la vapeur conserve invariablement sa température de formation, ce qui permet d'appliquer la loi de Mariotte à tous les changements de densité ou de pression

qu'elle subit. Cependant, comme on sait que les fluides élastiques ne se dilatent jamais sans éprouver un refroidissement, il est clair que la supposition dont il s'agit, ne pourrait se réaliser qu'autant que la vapeur aurait le temps de recouvrer sur les corps avec lesquels elle est en contact, supposés suffisamment échauffés, la quantité de calorique nécessaire pour ramener sa température, après la dilatation, au même point où elle était auparavant. Or, la rapidité du mouvement de la vapeur dans les cylindres et les conduits, ne permet pas d'admettre une semblable hypothèse.

Pour nous en assurer, pendant une série nombreuse d'expériences, qu'on trouvera détaillées dans la prochaine édition de notre *Traité des Locomotives*, nous avons adapté à la chaudière d'une locomotive un thermomètre et un manomètre à air; puis nous avons appliqué deux instruments semblables au conduit par lequel la vapeur, après avoir terminé son action dans la machine, s'échappait dans l'atmosphère, et nous avons observé leurs indications simultanées. La vapeur se formait dans la chaudière à une pression totale qui variait de 40 à 65 livres par pouce carré, ou de 2.7 à 4.4 atmosphères, et elle s'échappait vers l'atmosphère à une pression qui variait, suivant différentes circonstances, de 20 à 15 livres par pouce carré, ou de 1.40 à 1.03 atmosphères. Si la vapeur avait conservé sa température pendant son action dans la

machine, elle serait sortie avec la pression de 15 livres par pouce carré, par exemple, mais avec la température propre à la pression de 65 livres par pouce carré, à laquelle elle s'était formée. Or, il n'en était rien : pendant plusieurs centaines d'expériences, où nous avons observé et enregistré ces effets, nous avons trouvé invariablement que la vapeur sortait exactement avec la température qui convenait à sa pression actuelle; de sorte que le thermomètre, qui portait des divisions pour indiquer la pression, dans les vapeurs au maximum de densité, donnait identiquement le même degré de pression que le manomètre à air, et qu'il s'accordait également avec un troisième manomètre à siphon, que nous avions encore ajouté à l'appareil au point de sortie de la vapeur. La vapeur se formait donc dans la chaudière à une certaine pression très élevée, et elle sortait de la machine avec une pression très faible; mais à sa sortie, aussi bien qu'à l'instant de sa production, cette vapeur était à la température qu'elle aurait eue, si elle s'était immédiatement formée à sa pression actuelle.

Par conséquent, nous devons conclure de ces expériences, que pendant toute son action dans les machines, la vapeur reste à l'état de vapeur au maximum de pression ou de densité pour sa température. Il résulte de là que, lorsque la pression de la vapeur change dans la machine, sa température change d'elle-même en même temps,

ou réciproquement; de telle sorte qu'elles conservent toujours entre elles la relation qui lie les pressions et les températures dans les vapeurs qui restent en contact avec leur liquide générateur.

Or, nous avons montré dans le paragraphe 4 de ce chapitre, qu'on peut, pour les vapeurs en contact avec le liquide, exprimer leur volume en fonction de leur pression, par une formule très simple, que nous pouvons représenter en général sous la forme

$$\mu = \frac{1}{n + qp}.$$

Cette relation, dans laquelle n et q auront, suivant le cas, les valeurs numériques données plus haut, sera donc applicable à tous les changements de volume de la vapeur dans les machines.

Ainsi, quand la vapeur passera d'une certaine pression p', à une autre pression également connue μ, et que son volume primitif donné μ' variera en conséquence, et acquerra une valeur inconnue μ, on aura à la fois:

$$\mu' = \frac{1}{n + qp'} \quad \text{et} \quad \mu = \frac{1}{n + qp}.$$

Par conséquent, en divisant ces deux équations l'une par l'autre, on en conclura, entre les volumes relatifs et les pressions, la relation suivante:

$$\mu = \mu' \frac{n + qp'}{n + qp}.$$

Cette relation doit donc être substituée à celle de Mariotte, qui n'est point applicable au travail de la vapeur dans les machines.

Comme dans tous les calculs relatifs aux effets des machines, c'est le volume occupé par un poids donné de vapeur, qui forme l'élément important du calcul, il est facile de reconnaître que l'emploi du principe de *conservation du maximum de densité* de la vapeur pendant son action dans les machines, et les formules par lesquelles nous l'avons représenté, feront éviter des erreurs considérables dans les résultats.

Si l'on considère une machine où la vapeur se forme à 8 atmosphères, ou 120 livres par pouce carré, et se détende à 10 livres par pouce carré; dans le mode de calcul en usage, on supposera que pendant sa détente, la vapeur conservera sa température, et qu'ainsi son volume variera en raison inverse des pressions. Le volume de la vapeur à la pression de 120 lbs par pouce carré, est 249 fois celui de l'eau qui l'a produite. Si sa température se conservait pendant son action dans la machine, son volume deviendrait, après la détente,

$$249 \times \frac{120}{10} = 2988.$$

La supposition que l'on fait revient donc à admettre que sous la pression de 10 lbs par pouce carré, le volume de la vapeur serait 2988 fois celui de l'eau. Or, d'après les tables exactes, ce volume

est 2427. On fait donc ainsi une erreur de $\frac{1}{5}$ sur le volume réel de la vapeur, c'est-à-dire sur l'effet de la machine, et on l'évitera presque entièrement en faisant usage de notre formule, car elle donne, pour ce cas, 2417 au lieu de 2427, c'est-à-dire qu'elle diffère à peine du véritable volume de la vapeur.

Cependant nous devons ajouter que pour des différences de pression peu considérables, comme elles se produisent dans quelques machines, l'erreur peut devenir négligeable.

CHAPITRE III.

THÉORIE GÉNÉRALE DE LA MACHINE A VAPEUR.

ARTICLE PREMIER.

DE L'EFFET DES MACHINES DANS LE CAS D'UNE DÉTENTE DONNÉE, AVEC UNE VITESSE OU UNE CHARGE QUELCONQUES.

§ 1. *Des divers problèmes qui se présentent dans le calcul des machines.*

Après avoir exposé d'une manière succincte, dans le premier chapitre de cet ouvrage, la manière dont nous concevons le mode d'action de la vapeur dans les machines, nous allons passer maintenant au développement complet de la théorie dont nous n'avons encore donné qu'une esquisse fort imparfaite, et à la solution des divers problèmes qui peuvent se présenter dans le travail ou dans la construction des machines à vapeur.

Nous distinguons trois cas dans le travail d'une machine : celui où elle travaille à une détente donnée de la vapeur, et avec une charge ou une vitesse *quelconques;* celui où elle travaille à une détente donnée, et avec la charge ou la vitesse qui conviennent à la production de son *maximum d'effet utile avec cette détente;* et enfin, celui où la détente ayant d'abord été réglée pour

le travail le plus favorable de la vapeur dans cette machine, on lui donne, en outre, la charge la plus avantageuse pour cette détente; ce qui produit, par conséquent, le *maximum absolu d'effet utile* pour cette machine.

Céla posé, nous avons déjà dit que les trois problèmes fondamentaux du calcul des machines, consistent à trouver successivement la vitesse, la charge et la vaporisation de la machine. Après la solution de ces trois problèmes, celui qui se présente d'abord comme un corollaire des premiers, consiste à déterminer l'effet utile de la machine; et cette détermination elle-même peut s'exprimer sous huit formes différentes, savoir : par le nombre de livres ou de kilogrammes élevés à une hauteur donnée par la machine dans une unité de temps; par la force en chevaux de la machine; par l'effet de 1 livre ou de 1 kilogramme de charbon; par l'effet de 1 pied cube ou de 1 mètre cube d'eau vaporisé; par le nombre de livres de charbon ou par le nombre de pieds cubes d'eau vaporisés, qu'il faut pour produire la force d'un cheval; et enfin par le nombre de chevaux que représente chaque livre de combustible consommée, ou chaque pied cube d'eau vaporisé. Nous devrons donc donner successivement le moyen de résoudre ces différentes questions.

Cependant, comme il convient de préciser ces énoncés davantage, voici les problèmes que nous nous proposons de résoudre d'une manière géné-

rale pour chacun des trois cas indiqués ci-dessus, et pour les différentes espèces de machines :

1°. Étant donnée la charge d'une machine entièrement connue du reste, déterminer la vitesse que prendra la machine avec cette charge.

2°. Connaissant, au contraire, la vitesse à laquelle on veut faire travailler la machine, déterminer la charge qu'elle pourra mettre en mouvement à la vitesse donnée.

3°. Connaissant la charge que doit mouvoir la machine, et la vitesse qu'elle doit imprimer à cette charge, déterminer la vaporisation dont doit être capable cette machine, et par conséquent, les dimensions qu'il faut donner à sa chaudière, pour que les effets voulus soient produits.

4°. Connaissant la vaporisation, la pression et les dimensions d'une machine, calculer l'effet utile qu'elle produira en un temps donné, à une vitesse fixée ou avec une charge déterminée.

Connaissant les mêmes données dans la machine, déterminer sa force en chevaux.

Connaissant les mêmes données, et en outre, la consommation de combustible du foyer par heure, déterminer successivement :

L'effet utile que la machine produira par unité de poids de combustible.

L'effet utile que la machine produira par pied cube ou mètre cube d'eau vaporisé.

Le poids de combustible qui produira la force d'un cheval.

Le volume d'eau vaporisé qui produira la force d'un cheval.

La force, en chevaux, que produira la consommation d'une unité de poids de combustible.

La force, en chevaux, que produira chaque unité de volume d'eau vaporisée.

Ces divers problèmes seront résolus, dans les trois cas mentionnés plus haut. Dans les deux derniers cas, par conséquent, la question sera de calculer la vitesse, la charge et les effets qui correspondent au *maximum d'effet utile, relatif* ou *absolu*, de la machine.

Dans la théorie ordinaire des machines à vapeur on n'avait jamais entrepris que de résoudre trois questions, savoir : déterminer la charge, la vaporisation et l'effet utile (sous diverses formes) ; et nous avons vu que la solution en était fautive. Quant à la détermination de la vitesse pour une charge donnée, on n'en avait proposé aucune solution ; et la nature même de la théorie qu'on employait, ne permettait pas de distinguer dans les machines, l'existence des trois cas qui s'y rencontrent réellement. Il est donc possible que les énoncés que nous venons de présenter, paraissent d'abord un peu obscurs, exprimés ainsi en termes généraux, et comportant des rapports sous lesquels on n'a pas coutume de considérer les machines; mais ils s'expliqueront à mesure que nous entrerons dans la question, et l'on en verra à la fois la solution et l'indispensable nécessité, pour

calculer d'une manière exacte, soit les proportions, soit les effets des machines à vapeur de tout genre et de tout système.

§ 2. *De la vitesse du piston sous une charge donnée.*

Nous avons, dans le paragraphe 6 du chapitre précédent, démontré que pendant toute son action dans la machine, la vapeur reste continuellement à l'état de vapeur au maximum de densité pour sa température. D'autre part, nous avons donné une formule au moyen de laquelle on établit une relation directe et immédiate entre le volume et la pression de la vapeur au maximum de densité pour sa température. Il est donc clair que cette formule conviendra à tous les changements que peut subir la vapeur pendant qu'elle fonctionne dans la machine.

Nous admettrons, par conséquent, comme une relation générale convenable à tous les états de la vapeur, pendant son action dans la machine, l'équation déjà exposée

$$\mu = \frac{1}{n + qp}, \ldots (a)$$

dans laquelle μ exprime le volume relatif et p la pression de la vapeur; et où les constantes n et q ont, selon les machines considérées, les valeurs respectives :

Machines à condensation :

$n = 0.00004227 \ldots q = 0.000000529$ mesures françaises.
$n = 0.00004227 \ldots q = 0.000000258$ mesures anglaises.

Machines sans condensation :

$n = 0.0001421$ ... $q = 0.000000471$ mesures françaises.

$n = 0.0001421$ ... $q = 0.00000023$ mesures anglaises.

D'après l'équation (a), si l'on suppose qu'un certain volume d'eau représenté par S soit transformé en vapeur à la pression p, et que l'on appelle M le volume *absolu* de la vapeur qui en résulte, on aura

$$\mu = \frac{M}{S} = \frac{1}{n + qp}.$$

Si ensuite le même volume d'eau se transforme en vapeur à la pression p', et que l'on appelle M' le volume *absolu* qu'occupera la vapeur résultante, on aura encore

$$\frac{M'}{S} = \frac{1}{n + qp'}.$$

Donc enfin, entre les volumes *absolus* de vapeur qui correspondent au même poids d'eau, on aura la relation définitive

$$\frac{M}{M'} = \frac{\frac{n}{q} + p'}{\frac{n}{q} + p}; \ldots\ldots (b)$$

c'est-à-dire que les volumes de la vapeur seront entre eux, non pas dans le rapport inverse des pressions, comme on le supposait en admettant la loi de Mariotte, mais dans le rapport inverse des pressions augmentées d'une constante.

On en tire encore

$$p = \frac{M'}{M}\left(\frac{n}{q} + p'\right) - \frac{n}{q} \ldots\ldots\ldots (c)$$

Et les deux équations (b) et (c) serviront à déter-

miner soit M, soit p, selon celle de ces deux quantités qui se trouvera inconnue.

Ces relations préliminaires une fois établies, pour embrasser immédiatement le mode d'action le plus complet de la vapeur, nous supposerons une machine travaillant par détente, avec une pression quelconque dans la chaudière, et avec condensation. Et pour passer ensuite aux machines où l'on n'emploie pas la détente, ou bien à celles où l'on n'emploie pas la condensation, il suffira de faire dans les équations générales, les suppressions ou les substitutions convenables.

D'après ce qu'on sait déjà de la théorie proposée, la relation que nous cherchons entre les diverses données du problème, se déduira de deux conditions générales : la première exprimant que la machine est arrivée au mouvement uniforme, et par conséquent, que la quantité de travail appliquée par la puissance, est égale à la quantité d'action développée par la résistance; la seconde, qu'il y a nécessairement égalité entre la masse de vapeur dépensée par le cylindre et la masse de vapeur produite dans la chaudière.

Soit P la pression *totale* de la vapeur dans la chaudière, et P′ la pression qu'aura cette vapeur à son arrivée dans le cylindre, pression qui sera toujours moindre que P, excepté dans un cas particulier que nous traiterons plus loin. La vapeur pénétrera donc dans le cylindre à la pression P′, et elle continuera d'affluer avec cette pression et

de produire un effet correspondant, jusqu'à ce que la communication entre la chaudière et le cylindre soit interceptée. Alors il cessera d'arriver de la vapeur nouvelle dans le cylindre, mais celle qui y est déjà parvenue, commencera à se dilater pendant le reste de la course du piston, en produisant par sa détente une certaine quantité de travail, qui s'ajoutera à celle déjà produite pendant la période d'admission de la vapeur.

P étant la pression de la vapeur dans la chaudière, et P′ la pression qu'elle prendra à son arrivée dans le cylindre avant la détente, soit π la pression de cette vapeur en un point quelconque de la détente. Soit en même temps l la longueur totale de la course du piston, l' la portion parcourue au moment où a commencé la détente, et λ celle qui correspond au point où la vapeur a acquis la pression π. Enfin, soit encore a l'aire du piston, et c la liberté du cylindre, c'est-à-dire l'espace libre qui existe à chaque bout du cylindre, au-delà de la portion parcourue par le piston, et qui se remplit nécessairement de vapeur à chaque course; cet espace, y compris les passages aboutissants, étant représenté par une longueur équivalente du cylindre.

Si l'on prend le piston au moment où la longueur de course parcourue est λ, et la pression π, on verra que si le piston parcourt, en outre, un espace élémentaire $d\lambda$, le travail élémentaire produit dans ce mouvement sera $\pi a d\lambda$. Mais en même

temps, le volume $a(l'+c)$, occupé par la vapeur avant la détente, sera devenu $a(\lambda+c)$. Donc, d'après l'équation (c) précédemment indiquée, il existera entre les deux pressions correspondantes P′ et π, la relation

$$\pi = \left(\frac{n}{q} + \mathrm{P}'\right)\frac{l'+c}{\lambda+c} - \frac{n}{q}.$$

En multipliant les deux membres de cette équation par $ad\lambda$, on en déduira

$$\pi a d\lambda = a(l'+c)\left(\frac{n}{q} + \mathrm{P}'\right)\frac{d\lambda}{\lambda+c} - \frac{n}{q}\,ad\lambda.$$

Cette expression donnera donc la quantité de travail élémentaire produit par la détente, pendant que le piston parcourt l'espace $d\lambda$; et si l'on prend l'intégrale entre les limites l' et l, on aura l'effet total produit par la détente de la vapeur, depuis le moment où elle est interceptée, jusqu'à la fin de la course, savoir:

$$a(l'+c)\left(\frac{n}{q} + \mathrm{P}'\right)\log\frac{l+c}{l'+c} - \frac{n}{q}a(l-l'),$$

expression où le logarithme est un logarithme hyperbolique.

Cette quantité exprimant le travail effectué pendant la portion de course durant laquelle il y a eu détente, en y ajoutant l'effet $\mathrm{P}'al'$, produit pendant la partie antérieure l' de cette course, ou avant le commencement de la détente, on aura pour le travail total développé par la va-

peur durant toute la course du piston,

$$a(l'+c)\left(\frac{n}{q}+P'\right)\left[\frac{l'}{l'+c}+\log\frac{l+c}{l'+c}\right]-\frac{n}{q}al.$$

Mais la machine étant supposée parvenue au mouvement uniforme, le travail développé par le moteur doit être égal à celui développé par la résistance. En représentant par R la pression totale exercée sur l'unité de surface du piston en vertu de cette résistance, ou plutôt en vertu de toutes les résistances diverses qui ont lieu dans la machine, le travail qu'elle aura développé pendant une course, aura pour expression

$$a\text{R}l.$$

Donc on doit avoir la relation

$$a(l'+c)\left(\frac{n}{q}+P'\right)\left[\frac{l'}{l'+c}+\log\frac{l+c}{l'+c}\right]-\frac{n}{q}al=a\text{R}l, \ldots \text{(A)}$$

qui est la première relation générale entre les diverses données du problème.

Cette équation exprimant que le travail développé par la puissance, se retrouve en entier dans l'effet produit, on remarquera que pour qu'elle ait lieu, il n'est pas nécessaire que le mouvement de la machine soit strictement uniforme. Il peut également être composé d'oscillations égales, partant chaque fois d'une vitesse nulle pour revenir à une vitesse nulle; pourvu que les oscillations successives aient lieu en temps égaux, et que les changements de vitesse se fassent par degrés insensibles, de manière à éviter la perte de force vive.

On doit observer également que si dans cette expression, on fait $l' = l$, ce qui revient à supposer que la machine travaille sans détente, l'équation se réduit à $P' = R$; c'est-à-dire que dans ce cas, la pression de la vapeur dans le cylindre sera égale à la pression de la résistance contre le piston, comme nous l'avons déjà démontré directement pour les machines sans détente, dont nous avons parlé dans le chapitre premier.

Nous venons d'obtenir la première relation générale entre les données et les inconnues du problème. Maintenant il s'agit d'obtenir une seconde relation résultante de l'égalité entre la production et la dépense de vapeur. Pour cela, si l'on exprime par S le volume d'eau vaporisé par la chaudière dans l'unité de temps, et transmis au cylindre, ce volume en arrivant dans le cylindre, transformé en vapeur à la pression P', y deviendra, d'après la relation déjà énoncée (a),

$$\frac{S}{n + qP'}.$$

Ce sera donc le volume de vapeur, à la pression P', fourni par la chaudière dans l'unité de temps, ou dans une minute, par exemple. D'autre part, $a(l' + c)$ étant le volume de cette vapeur qui se dépense par coup de piston, s'il y a K coups de piston par minute, la dépense par minute sera

$$Ka(l' + c).$$

Mais si l'on exprime par v la vitesse du piston par

minute, on aura aussi $v = \mathrm{K}l$; ce qui donne $\mathrm{K} = \frac{v}{l}$. Donc la dépense ci-dessus sera

$$\frac{va(l'+c)}{l}.$$

Donc, puisqu'il y a égalité entre la production et la dépense de vapeur, on aura l'équation

$$\frac{\mathrm{S}}{n + q\mathrm{P}'} = va\,\frac{l'+c}{l}, \qquad \text{(B)}$$

qui est la seconde relation générale entre les données et les inconnues du problème.

Par conséquent, en éliminant P′ entre les deux équations (A) et (B), on aura pour la relation définitive cherchée,

$$v = \frac{\mathrm{S}}{a} \cdot \frac{1}{n + q\mathrm{R}} \left[\frac{l'}{l'+c} + \log \frac{l+c}{l'+c}\right] \ldots \quad (1)$$

Dans cette équation le logarithme $\log \frac{l+c}{l'+c}$ est un logarithme hyperbolique. Comme on sait que ces logarithmes se déduisent de ceux des tables, en multipliant ces derniers par le nombre constant 2.302585, ou approximativement par le nombre 2.303, on pourrait remplacer, pour la pratique, le terme $\log \frac{l+c}{l'+c}$ par le suivant $2.303 \log \frac{l+c}{l'+c}$, dans lequel log. exprimerait alors un logarithme ordinaire. Mais comme il existe dans plusieurs ouvrages des tables de logarithmes hyperboliques, et que, d'ailleurs, nous donnerons plus loin une

table qui dispensera de toute recherche à cet égard; nous ne ferons ici aucun changement à la formule.

Cette équation est moins simple que celle à laquelle on parviendrait dans la même recherche, en supposant que pendant toute son action dans la machine, la vapeur conserve sa température. Mais cette dernière supposition, quoique ne produisant souvent que peu de différence dans les résultats définitifs du calcul, n'est cependant pas réellement exacte; puisqu'il est incontestable que la vapeur change de pression, et que les expériences dont nous avons parlé plus haut, prouvent qu'elle change de température d'une manière exactement correspondante. La dernière formule que nous venons de présenter, a donc l'avantage de tenir compte dans le calcul de cette circonstance importante, et par conséquent, d'inspirer plus de confiance dans les applications. Du reste, en détruisant dans l'équation (1) l'effet du changement de température, on retombe immédiatement sur les formules que nous avons présentées dans le premier chapitre, en supposant la conservation de température de la vapeur.

En effet, nous avons vu d'après l'équation (*a*), qu'après que la vapeur est passée dans la machine à la pression R, le volume *absolu* de cette vapeur, qui correspond au volume d'eau S, est donné par la relation

$$\frac{S}{n+qR}.$$

Au contraire, dans le cas où l'on suppose la conservation de température, le volume de la vapeur varie en raison inverse de la pression. Si donc on appelle m le volume relatif de la vapeur formée sous la pression P de la chaudière, volume supposé connu par les tables déjà données, il est clair que le volume *absolu* de la vapeur correspondante à la vaporisation S, sera d'abord, sous la pression P, exprimé par

$$mS;$$

et qu'en passant ensuite à la pression R, ce volume changera en raison inverse des pressions, c'est-à-dire qu'il deviendra

$$mS\frac{P}{R}.$$

Donc pour passer d'une supposition à l'autre, il faut écrire

$$\frac{S}{n+qR}=mS\frac{P}{R};$$

ou, ce qui revient au même, il faut, dans les formules déjà obtenues, faire

$$n=0 \quad \text{et} \quad \frac{1}{q}=mP.$$

Alors l'équation de la vitesse devient

$$v=\frac{mPS}{aR}\left(\frac{l'}{l'+c}+\log\frac{l+c}{l'+c}\right);$$

et celle-ci, pour le cas des machines sans détente, ou pour $l'=l$, se réduit à la suivante

$$v=\frac{mPS}{aR}\cdot\frac{l}{l+c},$$

qui est précisément celle dont nous avons fait usage dans le chapitre I[er], en y négligeant seulement la liberté c du cylindre.

La quantité R que contient l'équation (1), est la pression *totale* résistante qui a lieu sur l'unité de surface du piston dans le mouvement. Mais cette pression résistante se compose évidemment de trois parties, savoir : la résistance provenant du mouvement de la charge que nous appellerons r; celle provenant du frottement propre de la machine, que nous exprimerons par $f + \delta r$, en appelant f le frottement de la machine non chargée, et δ l'accroissement que subit ce frottement par unité de la charge r; et enfin la pression qui peut subsister sur la face du piston opposée à l'arrivée de la vapeur, que nous représentons par p; cette dernière quantité p exprimant la pression atmosphérique, quand la machine est sans condensation, ou, seulement, la pression de condensation dans le cylindre, quand la machine est à condensation. Les quantités r, f, p et δ, sont d'ailleurs rapportées, ainsi que R, à l'unité de surface du piston.

Dans les calculs relatifs aux machines locomotives, nous introduirons de plus trois termes : le premier pour exprimer la résistance de l'air contre le train en mouvement, force qui croissant en raison du carré de la vitesse, ne pourrait être négligée sans erreur; le second pour représenter la résistance offerte par la machine elle-même dans le transport

de son propre poids sur les rails; et le troisième enfin, pour tenir compte de la force dépensée par la machine à l'alimentation de son feu, suivant le mode en usage dans ces machines. Mais comme ces diverses circonstances ne se rencontrent pas en général dans les machines stationnaires, nous les omettrons en ce moment, et l'on pourra les rétablir dans les cas particuliers où cela pourrait devenir nécessaire.

D'après ce qui vient d'être dit, la résistance R peut être remplacée par

$$R = (1 + \delta) r + p + f.$$

Nous substituerons donc cette valeur dans celle de v, et nous ferons en même temps

$$\frac{l'}{l' + c} + \log \frac{l + c}{l' + c} = k;$$

expression qui, dans le cas de $l' = l$, c'est-à-dire dans le cas des machines sans détente, se réduit simplement au rapport

$$\frac{l}{l + c}.$$

Alors la valeur de v deviendra

$$v = \frac{S}{a} \cdot \frac{k}{n + qR},$$

ou

$$v = \frac{S}{a} \cdot \frac{k}{n + q[(1 + \delta) r + p + f]} \dots\dots (1)$$

Et si l'on remarque que la quantité

$$\frac{S}{n + qR}$$

n'est autre chose que le volume *absolu* occupé par la vapeur en contact avec le liquide sous la pression R, on reconnaîtra que pour avoir la vitesse cherchée, il faut calculer le volume de vapeur qui correspond au volume d'eau S, supposé immédiatement transformé en vapeur sous une pression égale à la résistance R, diviser ensuite ce volume par l'aire *a* du piston, et enfin multiplier le quotient par la quantité *k* dont nous avons donné il y a un instant l'expression développée.

La formule (1) contient la relation générale entre toutes les données du problème; et c'est celle qui nous servira à résoudre successivement les différentes questions que nous nous sommes proposées. On remarquera seulement que l'homogénéité de la formule exige que les dimensions a, l, l', de la machine soient exprimées en mêmes unités que le volume S de l'eau vaporisée, et que les pressions par unité de surface P, r et p soient également rapportées à la même unité que S; circonstance que nous mentionnons, parce que, d'après les usages adoptés, ces diverses quantités sont ordinairement rapportées à des unités différentes, selon ce qui semble plus commode dans la pratique pour exprimer chacune d'elles.

Il faut encore ajouter que, d'après le mode même du raisonnement, il doit être entendu que la quantité S, qui entre dans l'équation, est la vaporisation *effective* de la machine; c'est-à-dire qu'elle représente le volume d'eau qui est réelle-

ment admis à l'état de vapeur dans le cylindre, et qui y a effet sur le piston. Si donc, par un mode de construction inhérent ou non au système de la machine, il se trouve qu'une portion de la vapeur produite s'échappe ou s'écoule sans agir sur le piston, cette portion ne doit pas être considérée comme comprise dans la quantité S, et ainsi doit être déduite avant tout calcul.

La formule que nous venons d'obtenir donnera la vitesse du piston pour une charge r quelconque, lorsqu'on connaîtra les dimensions et les données diverses de la machine contenues dans l'équation. Cette formule est générale pour toute espèce de machine à vapeur rotative ou à mouvement continu. Si l'on emploie la détente, il suffira de mettre pour l' la valeur correspondante au point de la course où la vapeur commence à être interceptée; si la machine n'est pas à détente, il suffira de faire $l' = l$. Si elle est à condensation, il faudra mettre pour p la pression de condensation; et enfin, si elle n'est pas à condensation, on mettra pour p la pression atmosphérique. Néanmoins, avant de faire ces déductions relatives aux différents systèmes de machines, nous allons continuer à chercher les formules générales pour tous les problèmes que nous nous sommes proposés.

Nous ferons remarquer cependant que la vitesse du piston, dans une machine donnée, est totalement indépendante de la pression à laquelle la vapeur se forme dans la chaudière; et qu'elle dé-

pend essentiellement, au contraire, de la vaporisation S de la chaudière par unité de temps, et de la résistance totale $[(1+\delta)r+p+f]$ opposée au mouvement du piston.

§ 3. *De la charge de la machine par une vitesse donnée.*

La relation que nous venons d'obtenir fait connaître, réciproquement, la résistance que peut mettre en mouvement une machine connue à une vitesse déterminée. En effet il suffit d'en tirer la valeur de r; ou plutôt, comme r n'est que la résistance par unité de surface du piston, et qu'il convient d'avoir la résistance entière, on prendra immédiatement la valeur de $a \times r$, savoir :

$$ar = \frac{Sk}{(1+\delta)qv} - \frac{a}{1+\delta}\left(\frac{n}{q}+p+f\right) \ldots\ldots (2)$$

D'après la forme de cette expression, il semble au premier aperçu, qu'en y faisant $v = 0$, c'est-à-dire en supposant la vitesse nulle, on aurait pour résultat une charge infinie; mais en examinant plus attentivement la formule, on reconnaît bientôt qu'elle ne donne nullement ce résultat.

En effet, si l'on a $v = 0$, il faut aussi qu'on ait $S = 0$: car S est la quantité de vapeur qui traverse effectivement les cylindres, dans une unité de temps; et une quantité quelconque de vapeur ne pourrait traverser les cylindres, sans pousser le piston et sans créer, par conséquent, une vi-

tesse quelconque pour la machine. Si l'on suppose la vitesse égale à zéro, il faut donc nécessairement qu'on ait en même temps $S=o$. Mais en faisant à la fois $v=o$, et $S=o$, on trouve

$$ar=\frac{o}{o},$$

et non pas $ar=\infty$, comme il le paraissait d'abord.

Ainsi, dans ce cas, la formule se réduit à la forme indéterminée; mais la solution n'en est pas moins directe : il suffit, pour cela, de considérer les autres conséquences qui résultent encore dans le problème, de l'hypothèse de $v=o$.

Si nous supposons la vitesse nulle, il est évident d'abord que, puisqu'il ne passe plus de vapeur dans le cylindre, il ne se produit plus aucune détente de la vapeur, et que par conséquent nous retombons dans le cas général des machines où l'on ne fait pas usage de la détente. C'est-à-dire qu'il devient impossible de faire une distinction entre la portion l' de la course, parcourue avant la détente de la vapeur, et la longueur totale l de cette course, et qu'ainsi l'on doit faire $l'=l$. D'un autre côté, puisque la vitesse est nulle, il est clair que le piston, désormais immobile, devient une portion des parois de la chaudière, et que la pression qu'il supporte est nécessairement la même que celle supportée par tout autre point de la chaudière. Or nous avons vu que, dans le cas de $l'=l$, la pression de la vapeur dans le cylindre

a pour expression générale :

$$R = (1 + \delta) r + p + f.$$

Dans le cas qui nous occupe, cette pression est égale à P, qui exprime la pression dans la chaudière. Donc on a l'équation de condition

$$(1 + \delta) r + p + f = P;$$

et celle-ci résout immédiatement la question, car on en tire

$$r = \frac{P - (p + f)}{1 + \delta}.$$

Or, lorsque nous présenterons, dans l'article suivant de ce chapitre, l'équation (13) qui détermine la plus grande charge dont soit capable la machine avec une détente donnée l', on y reconnaîtra d'abord que cette charge acquiert son maximum absolu, pour le cas de $l' = l$; et qu'ainsi le *maximum absolu* de charge que la machine puisse maintenir en mouvement, est précisément comme ci-dessus :

$$r = \frac{P - (p + f)}{1 + \delta}.$$

Par conséquent, dans la supposition d'une vitesse nulle, la charge donnée par les relations générales n'est autre que la charge maximum que la machine puisse maintenir en mouvement, à une vitesse qui, comme on le verra, est sa moindre vitesse uniforme possible.

Il peut paraître singulier, au premier aspect,

que la machine puisse exister au repos, avec la même charge sous laquelle elle est susceptible d'acquérir une vitesse uniforme finie; mais comme on sait que dans toutes les machines, une force donnée peut maintenir au mouvement uniforme, c'est-à-dire maintenir dans l'équilibre dynamique, la même résistance qui, à l'état de repos, lui ferait pareillement équilibre, ce résultat doit cesser de surprendre.

On doit remarquer, du reste, que les formules exposées ne donnent les effets de la machine qu'après que le mouvement est parvenu à l'uniformité. Or nous verrons bientôt que, pour une vaporisation donnée, la vitesse uniforme ne peut jamais être moindre que :

$$v' = \frac{mS}{a} \cdot \frac{l}{l' + c},$$

puisque c'est celle qui correspond au passage de la vapeur dans les cylindres, à son état de plus grande densité, et qu'à toute autre densité, cette vapeur occuperait un volume plus considérable, et par conséquent, ne pourrait traverser les cylindres dans le même temps, sans produire plus de vitesse. Toute supposition de vitesse moindre que celle-ci est donc inadmissible dans ce problème, comme étant incompatible avec l'état d'uniformité de mouvement, pour lequel seul on calcule les effets des machines.

§ 4. *De la vaporisation nécessaire pour produire des effets voulus.*

Pour trouver la vaporisation dont doit être capable une machine, pour mettre en mouvement une certaine résistance r, à une vitesse connue v, on tirera de la même équation (1) la valeur de S,

$$S = av \frac{n + q[(1 + \delta)r + p + f]}{k} \ldots\ldots (3).$$

Cette équation donnera la quantité d'eau que la machine doit être en état de vaporiser et de transmettre au cylindre par minute. Il sera donc facile, d'après le mode de construction que l'on se propose d'employer pour la chaudière, et les données pratiques propres à évaluer la quantité d'eau vaporisée par cette forme de chaudière, de connaître quelle étendue de surface de chauffe il convient de donner à la chaudière de la machine pour obtenir les effets voulus.

Comme la quantité S représente ici la vaporisation effective, dont doit disposer la machine, il est entendu que si la construction habituelle des machines dont on s'occupe, donne lieu à une certaine perte de vapeur, soit par les soupapes de sûreté, soit autrement, on en tiendra compte avec autant d'approximation que possible, en ajoutant d'abord cette perte à la quantité S déduite de l'équation précédente, puis estimant la surface de chauffe convenable à la production de la vapeur utile augmentée de la vapeur perdue.

§ 5. *Des diverses expressions de l'effet utile.*

1°. L'effet *utile* produit par la machine dans l'unité de temps à la vitesse v, est évidemment arv, puisque la vitesse v est en même temps l'espace parcouru par le piston pendant une unité de temps. Par conséquent en multipliant les deux membres de l'équation (2) par v, on aura cet effet utile, qui a pour mesure

$$E.^{u.} = arv = \frac{Sk}{(1+\delta)q} - \frac{av}{1+\delta}\left[\frac{n}{q}+p+f\right] \ldots\ldots (4).$$

On peut encore l'exprimer en fonction de la charge, en multipliant par ar les deux membres de l'équation (1). Alors on aura pour l'effet utile que peut produire la machine avec une charge fixée,

$$E.^{u.} = arv = \frac{Srk}{n+q[(1+\delta)r+p+f]} \ldots\ldots (4\ bis).$$

On remarquera que, dans une machine donnée, cet effet utile ne dépend pas de la pression à laquelle la vapeur se forme dans la chaudière, puisque la quantité P n'entre pas dans les expressions ci-dessus; mais qu'il dépend essentiellement de la vaporisation S effectuée par la chaudière dans l'unité de temps.

2°. Si l'on veut avoir la force en chevaux dont est capable la machine, à la vitesse v, ou quand on la charge d'une résistance r, il suffit d'observer que ce qu'on appelle la force d'un cheval repré-

sente, en mesures anglaises, un effet de 33000 livres élevées à un pied par minute, et, en mesures françaises, un effet de 4500 kilogrammes élevés à un mètre par minute. Tout consistera donc à rapporter l'effet utile produit par la machine dans l'unité de temps, à la nouvelle mesure que l'on vient de choisir, c'est-à-dire à la force d'un cheval; et il suffira par conséquent de diviser l'expression déjà obtenue dans l'équation (4), par 33000 ou par 4500, selon l'unité à laquelle cette expression était rapportée.

Ainsi, la force utile, en chevaux, dont est capable la machine à la vitesse v, ou chargée de la résistance r, sera

$$F.^{u.ch.} = \frac{E.^{u.}}{33000}, \text{ en mesures anglaises.....} \quad (5)$$

$$F.^{u.ch.} = \frac{E.^{u.}}{4500}, \text{ en mesures françaises.}$$

Nous ferons toutefois observer que ce qu'on désigne par *force d'un cheval*, serait avec beaucoup plus de raison nommé *effet de la force d'un cheval*, ou *effet d'un cheval*, puisque c'est un effet et non une force. On dirait alors qu'une machine est de l'effet de tant de chevaux, au lieu de dire qu'elle est de la force de tant de chevaux.

3°. Nous venons, dans les deux questions précédentes, d'exprimer l'effet de la machine d'après l'effet total qu'elle est capable de développer, sans égard à sa dépense de consommation. Main-

tenant nous allons, au contraire, l'exprimer, soit d'après l'effet qu'elle produit par chaque unité de sa dépense de consommation, soit d'après sa consommation pour exécuter un travail donné.

L'effet utile que nous avons obtenu dans l'équation (4), est celui qui est produit par le volume S d'eau transformé en vapeur; et comme ce volume d'eau S est vaporisé dans une unité de temps, le résultat est, comme nous l'avons dit, l'effet utile produit dans l'unité de temps par la machine. Mais si l'on suppose que pendant l'unité de temps, il se consomme N livres de combustible, il est clair que l'effet utile produit par chaque livre de combustible, sera la $N^{ième}$ partie de l'effet ci-dessus.

Donc l'effet produit par la consommation de 1 livre de combustible sera

$$E.^{u.\,1lb.co.} = \frac{E.^{u.}}{N} \ldots\ldots (6)$$

Il suffira pour appliquer cette formule, de connaître la quantité de combustible qui se consomme par minute dans le foyer, c'est-à-dire pendant que la vaporisation S se produit. Cette donnée pourra être déterminée par une expérience directe sur la chaudière elle-même, ou par analogie avec d'autres chaudières d'une disposition semblable. Et ce renseignement une fois obtenu, on pourra en faire usage pour tout autre cas et pour toute supposition de vitesse de la machine.

4°. Nous avons vu plus haut que l'effet que

nous avons indiqué par $E.^{u.}$, est celui qui est dû au volume d'eau S transformé en vapeur. Si donc nous voulons avoir l'effet utile qui sera produit par chaque pied cube d'eau, ou par chaque unité du volume S, il est clair qu'il suffira de diviser l'effet total $E.^{u.}$, par le nombre d'unités qu'il y a dans S. Ainsi l'on aura pour l'effet utile dû à la vaporisation de 1 pied cube d'eau dans la machine,

$$E.^{u.\,1\,p.\,c.} = \frac{E.^{u.}}{S} \quad (7);$$

5°. Nous avons obtenu plus haut l'effet utile produit par une livre de combustible. Il sera facile, par conséquent, de connaître le nombre de livres de combustible qui représente un effet utile quelconque, comme, par exemple, la force d'un cheval. En effet, il suffira d'une simple proportion, et l'on trouvera pour la quantité, en poids, de combustible nécessaire pour produire la force d'un cheval

$$Q.^{co.pr.\,1ch.} = \frac{33000N}{E.^{u.}}, \text{ en mesures anglaises...... } (8);$$

$$Q.^{co.pr.\,1ch.} = \frac{4500N}{E.^{u.}}, \text{ en mesures françaises.}$$

6°. On trouvera également par une simple proportion, que la quantité ou le volume d'eau qu'il est nécessaire de vaporiser pour produire la même force d'un cheval, sera

$$Q.^{e.pr.\,1ch.} = \frac{33000S}{E.^{u.}}, \text{ en mesures anglaises....... } (9)$$

$$Q.^{e.pr.\,1\,ch.} = \frac{4500S}{E.^{u.}}$$, en mesures françaises.

7°. On peut encore demander quelle force de chevaux sera produite, soit par 1 livre, soit par 1 kilogramme de combustible; et c'est évidemment

$$F.^{u.ch.pr.1lb.co.} = \frac{E.^{u.}}{33000N}$$, en mesures anglaises.... (10);

$$F.^{u.ch.pr.1k\,co.} = \frac{E.^{u.}}{4500N}$$, en mesures françaises.

8°. Enfin, la force de chevaux produite par la vaporisation de 1 pied cube ou 1 mètre cube d'eau, sera de même

$$F.^{u.ch.pr.1.p.e.} = \frac{E.^{u.}}{33000S}$$, en mesures anglaises.... (11);

$$F.^{u.ch.pr.1\,m.e.} = \frac{E.^{u.}}{4500S}$$, en mesures françaises.

En mettant donc dans ces diverses équations, pour $E.^{u.}$ sa valeur déterminée par la formule (4), on en déduira immédiatement la solution numérique des problèmes cherchés.

§ 6. *Table pour la solution numérique des formules (Machines rotatives).*

Comme les formules que nous venons d'obtenir, et celles qui vont suivre, contiennent des logarithmes hyperboliques, dont l'usage est peu commode, nous joignons ici une table qui donnera sans calcul les éléments principaux des équations,

et simplifiera considérablement toutes les recherches.

Dans cette table, nous avons supposé la liberté du cylindre $c = 0.05l$, comme cela a lieu dans les machines à rotation et à volants, auxquelles nous nous bornons en ce moment. Dans les machines sans volants, dont nous parlerons plus loin, la liberté du cylindre, passages aboutissants compris, se fait de 0.1 de la course, parce que le mouvement du piston n'étant pas limité par une manivelle, il y a plus de danger qu'il ne vienne à frapper le fond du cylindre.

TABLE *pour la solution numérique des formules* (*Machines rotatives*).

PORTION DE COURSE parcourue avant la détente, ou valeur de la fraction $\frac{l'}{l}$.	VALEUR correspondante de la fraction $\frac{l}{l'+c}$.	VALEUR correspondante de k, ou de l'expression $\frac{l'}{l'+c} + \log \frac{l+c}{l'+c}$.
0.10	6.667	2.613
0.11	6.250	2.569
0.12	5.882	2.526
0.13	5.556	2.485
0.14	5.263	2.446
0.15	5.000	2.408
0.16	4.762	2.371
0.17	4.546	2.336
0.18	4.348	2.301
0.19	4.167	2.268
0.20	4.000	2.235
0.21	3.846	2.203
0.22	3.704	2.173
0.23	3.571	2.142
0.24	3.448	2.114
0.25	3.333	2.085
0.26	3.226	2.059
0.27	3.125	2.032
0.28	3.030	2.006
0.29	2.941	1.980
0.30	2.857	1.955
0.31	2.778	1.931
0.32	2.703	1.908
0.33	2.632	1.884
0.34	2.564	1.862
0.35	2.500	1.840
0.36	2.439	1.818
0.37	2.381	1.797

TABLE *pour la solution numérique des formules* (*Machines rotatives.*)

PORTION DE COURSE parcourue avant la détente, ou valeur de la fraction $\frac{l'}{l}$.	VALEUR correspondante de la fraction $\frac{l}{l'+c}$.	VALEUR correspondante de k, ou de l'expression $\frac{l'}{l'+c} + \log \frac{l+c}{l'+c}$.
0.38	2.326	1.776
0.39	2.273	1.755
0.40	2.222	1.736
0.41	2.174	1.716
0.42	2.128	1.697
0.43	2.083	1.678
0.44	2.041	1.660
0.45	2.000	1.642
0.46	1.961	1.624
0.47	1.923	1.606
0.48	1.887	1.589
0.49	1.852	1.572
0.50	1.818	1.555
0.51	1.786	1.539
0.52	1.754	1.523
0.53	1.724	1.507
0.54	1.695	1.491
0.55	1.667	1.476
0.56	1.639	1.461
0.57	1.613	1.445
0.58	1.587	1.431
0.59	1.563	1.417
0.60	1.539	1.402
0.61	1.515	1.388
0.62	1.493	1.374
0.63	1.471	1.361
0.64	1.449	1.347
0.65	1.429	1.334

TABLE *pour la solution numérique des formules.*
(Machines rotatives.)

PORTION DE COURSE parcourue avant la détente, ou valeur de la fraction $\frac{l'}{l}$.	VALEUR correspondante de la fraction $\frac{l}{l'+c}$.	VALEUR correspondante de k, ou de l'expression $\frac{l'}{l'+c} + \log \frac{l+c}{l'+c}$.
0.66	1.409	1.321
0.67	1.389	1.308
0.68	1.370	1.295
0.69	1.351	1.282
0.70	1.333	1.269
0.71	1.316	1.257
0.72	1.299	1.240
0.73	1.282	1.233
0.74	1.266	1.221
0.75	1.250	1.210
0.76	1.235	1.197
0.77	1.220	1.186
0.78	1.205	1.175
0.79	1.191	1.164
0.80	1.177	1.152
0.81	1.163	1.141
0.82	1.149	1.131
0.83	1.136	1.119
0.84	1.123	1.109
0.85	1.111	1.099
0.86	1.099	1.088
0.87	1.087	1.078
0.88	1.075	1.067
0.89	1.064	1.057
0.90	1.053	1.047

Nous nous bornerons aux formules qui précèdent, parce que ce sont celles dont on a le plus ordinairement besoin; mais il est clair que l'on pourrait aussi, au moyen des mêmes relations générales, déterminer l'une quelconque des autres quantités qui figurent dans le problème, dans le cas où cette quantité serait inconnue ou indéterminée, et que l'on voudrait la fixer d'après une condition voulue. Ainsi, par exemple, on pourrait déterminer l'aire du piston, ou la pression dans la chaudière, ou la pression de condensation, etc., qui correspondent à des effets donnés de la machine, comme nous l'avons fait pour les locomotives, dans un ouvrage précédent (édition anglaise du *Traité des Locomotives*). Mais comme ces questions se présentent rarement, et que d'ailleurs elles n'offrent pas de difficultés, nous croyons qu'il suffit d'indiquer ici comment on parviendrait à leur solution.

ARTICLE DEUXIÈME.

DU MAXIMUM D'EFFET UTILE, AVEC UNE DÉTENTE DONNÉE.

§ 1. *De la vitesse du maximum d'effet utile.*

Les problèmes que nous venons de résoudre l'ont été dans toute leur généralité, c'est-à-dire en supposant que la machine met en mouvement une charge quelconque à une vitesse quelconque, avec la seule condition que cette charge et cette vitesse soient compatibles avec le pouvoir de la machine. En construisant une machine pour un objet déterminé, ou pour mouvoir une certaine charge à une vitesse donnée, on ne doit jamais l'établir de manière qu'en accomplissant cette tâche, qui doit être sa tâche régulière, elle exerce le plus grand effort dont elle est capable; car alors il ne lui resterait plus de force en réserve pour parer aux circonstances fortuites qui peuvent se présenter dans le service. D'autre part, le maximum d'effort de la machine, avec une détente donnée, correspondant, comme nous le verrons dans un instant, à son maximum d'effet utile, il s'ensuit qu'on ne peut espérer d'obtenir régulièrement de la machine son maximum d'effet utile, et qu'elle ne peut être construite dans cette prévision. Cependant il est nécessaire, quand une machine est

construite ou à construire, de connaître quelle est la vitesse à laquelle elle produira ce maximum d'effet utile, et quels seront ces effets maxima; car c'est évidemment cette connaissance qui réglera la charge du travail régulier de la machine, et qui marquera la limite possible de ses effets en cas de nécessité.

Quelle est donc cette vitesse ou cette charge la plus avantageuse pour le travail, et quels sont les effets qui auront lieu, sous les différents rapports que nous avons envisagés plus haut, lorsque la machine sera effectivement placée dans ces circonstances avantageuses? Voilà ce qu'il nous reste maintenant à déterminer, d'abord en supposant la détente de la machine fixée *à priori*, ensuite en faisant varier cette détente elle-même pour obtenir encore un accroissement d'effet.

Pour connaître la vitesse qui correspond au plus grand effet utile, il suffit d'examiner l'expression de l'effet utile produit par la machine sous une vitesse quelconque, savoir (équ. 4):

$$\text{E.}^{u.} = \frac{Sk}{(1+\delta)q} - \frac{av}{1+\delta}\left(\frac{n}{q} + p + f\right).$$

On y reconnaît à la première vue, que la vitesse n'entrant que dans des termes négatifs, plus cette vitesse sera petite, plus, *pour une détente donnée*, l'effet utile de la machine sera considérable. D'un autre côté, en se reportant à l'expression de la vi-

tesse de la machine sous une charge donnée, avant qu'on y ait mis pour P′ sa valeur, savoir (équ. B),

$$v = \frac{S}{a(n+qP')} \cdot \frac{l}{l'+c},$$

on voit que la vitesse sera la plus petite possible sans perte de vapeur, quand P′ sera le plus grand; et comme P′, qui est la pression de la vapeur introduite dans le cylindre, ne peut en aucun cas excéder P, qui est la pression dans la chaudière, la condition du minimum de vitesse ou du maximum d'effet utile, sera donnée par l'équation $P' = P$, ou

$$v' = \frac{S}{a(n+qP)} \cdot \frac{l}{l'+c} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

En exprimant par m le volume de la vapeur sous la pression P, rapporté au volume d'un même poids d'eau, on peut, d'après l'équation (*a*), mettre cette formule sous la forme

$$v' = \frac{mS}{a} \cdot \frac{l}{l'+c} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12\ bis).$$

De cette manière on évitera de calculer le terme $n+qP$; la quantité m étant donnée par les tables du chapitre II, dans lesquelles on la relèvera avec plus d'exactitude que par sa valeur approximative $m = \frac{1}{n+qP}$. Cette observation s'appliquera de même à toutes les formules suivantes, où les

quantités n et q resteraient réunies sous la forme $n + qP$.

A l'égard de la formule qui précède, nous ferons remarquer que, mathématiquement parlant, la pression P' ne pourra jamais être tout-à-fait égale à P; parce que, comme il existe entre la chaudière et le cylindre, des conduits que la vapeur doit traverser, et que le passage de ces conduits forme un obstacle au libre mouvement de la vapeur, il doit nécessairement exister du côté de la chaudière, un petit surplus de pression équivalant à la résistance de l'obstacle dont il est question, sans quoi le mouvement de la vapeur ne pourrait avoir lieu. Ce surplus de pression du côté de la chaudière empêchera donc que P' ne puisse devenir mathématiquement égal à P, et ainsi la vitesse réelle sera toujours un peu plus grande que v'. La différence entre P et P' (nous parlons de la moindre différence possible entre ces deux pressions), sera d'autant plus petite que l'aire des passages sera plus large et les conduits plus directs; mais comme avec les dimensions en usage dans les machines, cette différence est nécessairement très peu de chose, nous la négligeons ici. En la cherchant, en effet, par les formules connues de l'écoulement des gaz, on trouve qu'elle n'est pas appréciable sur les instruments dont on se sert pour mesurer la pression dans la chaudière; et par conséquent son introduction dans les calculs compliquerait les formules sans les rendre plus exactes.

Pour revenir à la recherche qui nous occupe, le maximum d'effet utile sera donné par la condition $P' = P$, ou

$$v' = \frac{S}{a(n + qP)} \cdot \frac{l}{l' + c}.$$

C'est donc la vitesse à laquelle on doit faire travailler la machine, quand on veut en obtenir le plus grand effet possible ; et l'équation $P' = P$ montre réciproquement que, quand cette vitesse aura lieu, la vapeur arrivera dans le cylindre à pleine pression, c'est-à-dire avec la même pression qu'elle avait dans la chaudière.

Il est nécessaire de faire remarquer que cette vitesse du maximum d'effet, ou de pleine pression dans le cylindre, ne sera pas la même pour toutes les machines, et qu'au contraire, toutes choses égales d'ailleurs, elle variera en raison directe de la vaporisation S de la chaudière et en raison inverse de l'aire du cylindre. Elle pourra donc se trouver, dans une machine, moitié ou double de ce qu'elle serait dans une autre ; et cela fait voir qu'on a tort de croire que, parce que le piston des machines stationnaires ne dépasse pas, en général, une certaine vitesse de 0.80 à 1.50 mètre par seconde, ou de 150 à 300 pieds anglais par minute, la vapeur de la chaudière parvient nécessairement dans le cylindre sans changer de pression. Si l'on suppose que dans une certaine machine, le maximum d'effet se produise à la vi-

tesse de 200 pieds par minute, il ne sera pas difficile d'en établir une autre où le même effet aura lieu à une vitesse fort différente. Il suffira évidemment pour cela, de conserver la même chaudière et de diminuer ou d'augmenter le diamètre du cylindre; ou bien de conserver au contraire celui-ci en changeant les dimensions de la chaudière. Bien plus : il suffira de laisser languir le feu, ce qui changera la vaporisation, et la vitesse de pleine pression variera en même temps. On ne peut donc prononcer *à priori*, comme on le fait dans la théorie ordinairement appliquée aux machines à vapeur, que la vitesse de 150 ou 250 pieds par minute soit, pour toutes les machines, celle de pleine pression.

Le fait est qu'il n'y a d'autre moyen de connaître la vitesse du maximum d'effet utile ou de pleine pression d'une machine, que de la calculer directement pour cette machine; et c'est l'objet de la formule que nous avons donnée plus haut. Cette formule est d'ailleurs d'une simplicité remarquable et n'exige de connaissance expérimentale que celle de la production de vapeur dont est capable la chaudière. Quant à cette production de vapeur, on peut la déterminer par une expérience spéciale, ou la déduire de la surface de chauffe de la chaudière et de la qualité du combustible employé, en se fondant sur quelque expérience à ce sujet, faite, non sur la chaudière de la machine elle-même, mais sur quelque

autre chaudière de construction semblable. Ainsi, la vitesse du maximum d'effet utile d'une machine peut toujours être connue *à priori*.

§ 2. *De la charge du maximum d'effet utile.*

Pour connaître la résistance utile que la machine est susceptible de mettre en mouvement à sa vitesse de maximum d'effet ci-dessus, il suffit, dans l'expression générale de la résistance (équation 2), de mettre pour v la valeur que nous venons de trouver; et l'on obtient pour la charge correspondante r' :

$$ar' = \frac{a}{1+\delta} \cdot \frac{l'+c}{l} k \left(\frac{n}{q} + \mathrm{P}\right) - \frac{a}{1+\delta}\left(\frac{n}{q} + p + f\right) \ldots (13)$$

En examinant la même équation (2) ci-dessus, qui donne la résistance dans le cas général, on voit que cette résistance est d'autant plus grande que la vitesse du mouvement est plus petite. La résistance que nous venons d'obtenir comme correspondant à la vitesse du maximum d'effet utile ou à la moindre vitesse sans perte de vapeur, est donc en même temps la plus grande résistance dont est capable la machine avec la détente donnée. Ainsi le plus grand effet utile s'obtiendra en faisant marcher la machine à sa moindre vitesse et avec son maximum de charge, ce qui est d'ailleurs évident *à priori*.

On peut aussi trouver directement cette charge

convenable à la production du maximum d'effet utile. Il suffit pour cela de considérer l'expression de l'effet utile en fonction de la charge, c'est-à-dire d'examiner l'équation (4 *bis*). On y voit que le maximum d'effet, pour une détente donnée, correspond au maximum de la fraction :

$$\frac{Srk}{n+q[(1+\delta)r+p+f]},$$

qui ne contient de variable que r; et le maximum de cette fraction sera évidemment donné par le maximum de la résistance r. On retombe donc dans la même solution que ci-dessus.

§ 3. *Mode fourni par la recherche précédente, pour déterminer le frottement des machines non chargées, et leur frottement additionnel par unité de la charge.*

La relation que nous avons obtenue plus haut, peut servir à déterminer le frottement de la machine fonctionnant sans charge et son frottement additionnel par unité de la charge. En effet, on doit remarquer que puisqu'il y a une charge maximum correspondante à chaque pression dans la chaudière, on peut faire de toute charge quelconque une charge maximum pour la machine, en baissant suffisamment la pression. Supposons donc qu'on ne donne aucune charge à la machine, mais qu'on baisse de plus en plus la pression dans la chaudière, au moyen de la soupape de

sûreté, jusqu'à ce que tout ce que peut faire la machine, soit de se maintenir elle-même en mouvement en surmontant son propre frottement. Avec cette pression réduite, le frottement seul de la machine deviendra pour elle une charge maximum. Soit donc P'' cette pression déterminée par l'expérience; l'équation précédente (13) aura lieu en y mettant P'' au lieu de P, et en y faisant en même temps $r = 0$. Donc on aura

$$f = \left(\frac{n}{q} + P''\right)\frac{l' + c}{l}k - \frac{n}{q} - p,$$

et cette équation déterminera d'abord la quantité f, ou le frottement de la machine sans charge.

Pour avoir ensuite la quantité δ, on se servira d'un moyen analogue. Sans rien changer à la pression ordinaire de la machine, on augmentera sa charge de plus en plus, jusqu'à ce qu'on voie qu'elle s'arrêterait si on lui imposait une résistance plus considérable. Alors on sera parvenu à la charge maximum correspondante à la pression de la chaudière. Si donc on appelle r'' cette charge ainsi déterminée par l'expérience, P étant toujours la pression dans la chaudière, on voit que l'équation (13) donnera

$$1 + \delta = \frac{1}{r''}.\frac{l' + c}{l}\left(\frac{n}{q} + P\right)k - \frac{1}{r''}\left(\frac{n}{q} + p + f\right),$$

qui déterminera la quantité δ, ou le frottement additionnel que subit la machine par unité de la charge qui lui est imposée.

Si la charge de la machine n'était pas susceptible d'augmentation, au lieu d'accroître cette charge autant que possible, comme nous venons de le dire, on baisserait au contraire la pression dans la chaudière, jusqu'à mettre cette pression en équilibre avec la charge ordinaire de la machine, et ce serait la valeur de P ainsi trouvée, qu'il faudrait mettre dans l'équation, comme dans le cas où l'on fait fonctionner la machine sans aucune charge.

Les quantités f et δ étant ainsi déterminées, le frottement de la machine avec une charge quelconque r, sera

$$F = f + \delta r.$$

Ces moyens sont ceux qui nous ont servi à déterminer le frottement des machines locomotives isolées ou suivies de leur charge, et nous les proposons de même à l'égard des machines à vapeur de toute espèce.

On remarquera que si, ayant omis de s'assurer préalablement que la machine travaille à son maximum de charge, il arrivait qu'on prît par erreur un cas de vitesse générale pour un cas de vitesse minimum, et qu'on prétendît en déduire le frottement de la machine, la valeur ainsi trouvée serait nécessairement trop grande, et d'autant plus exagérée que la machine aurait été loin de travailler avec sa charge maximum. En effet, l'effort dont la machine est capable diminuant à mesure que sa

vitesse augmente, on voit que l'on emploierait alors pour r'', dans le calcul ci-dessus, une quantité trop petite, d'où résulte que la quantité δ, et par suite le frottement définitif de la machine, paraîtrait trop grand. C'est ce qui explique pourquoi la théorie ordinaire, en comparant ses résultats théoriques à ceux de l'expérience, parvient à des coefficients de réduction qui font paraître le frottement de la machine beaucoup plus considérable qu'il n'est réellement.

§ 4. *De la vaporisation de la machine.*

La vaporisation nécessaire à une machine pour exercer un certain effort maximum r' à sa vitesse minimum v', sera donnée par l'équ. (3), en y faisant la substitution de r' et v', au lieu des valeurs générales r et v; ou plus simplement, on la tirera directement de l'équation (12), ce qui revient au même et donne

$$S = (n + q\mathrm{P})av' \cdot \frac{l + c}{l} \ldots . \quad (14)$$

On remarquera qu'en substituant r' et v' au lieu de r et v dans l'équ. (3), on aurait

$$S = av' \frac{n + q\,[(1 + \delta)r' + p + f]}{k};$$

mais en y mettant pour r' sa valeur, telle qu'elle est donnée dans l'équ. (13), on retombe sur la formule précédente (14).

§ 5. *De l'effet utile maximum de la machine.*

Le maximum d'effet utile que peut produire la machine dans l'unité de temps, avec une détente donnée, sera connu par la formule générale (4), en y introduisant la vitesse convenable à la production de cet effet, ou se déduira du produit des deux équations (12), (13), savoir :

$$E.^{u.max.} = ar'v' = \frac{S}{(1+\delta)q}\left[k - \frac{l}{l'+c} \cdot \frac{n+q(p+f)}{n+qP}\right] \ldots (15)$$

On remarquera que cet effet utile maximum ne dépend nullement de l'aire du cylindre, ni de la vitesse ou du nombre des coups de pistons par minute. Si l'on suppose une machine fonctionnant sans détente, ce qui revient à faire $l' = l$ et réduit l'expression k à la valeur $\frac{l}{l+c}$, on trouve même que l'effet utile maximum ne dépend plus de la longueur de la course du piston. En effet, la quantité $\frac{l}{l+c}$ qui subsiste encore dans l'équation, n'exprime qu'un rapport, celui du volume parcouru par le piston au volume réel du cylindre. D'autre part, les quantités f et δ sont constantes dans une machine donnée, et varient très peu entre les machines d'un même système ; les quantités n et q sont des coefficients constants, comme on l'a vu ; enfin la pression de condensation p, tient au mode de condensation employé, et sur-

tout à la quantité et à la température de l'eau appliquée à produire la condensation ; par conséquent elle est une constante, dans des conditions données. On peut donc dire que l'effet utile maximum d'une machine, ne dépend essentiellement que de deux choses : la force de vaporisation S de la chaudière et la pression P sous laquelle se forme la vapeur. Ce résultat doit d'ailleurs paraître évident *à priori*, car ce sont là les seules causes réelles de puissance. Quant aux dimensions du cylindre et de la course, elles ne sont que des moyens de transmettre cette puissance sous une forme ou sous une autre, mais sans pouvoir la créer ou la changer au fond; et quant à la vitesse du piston, elle ne doit effectivement influer en aucune façon sur l'effet utile maximum, puisque, pour une production donnée de vapeur, cette vitesse peut prendre toutes les valeurs, selon le diamètre qu'on donne au cylindre.

On voit par-là dans quelle fausse voie on se jette, quand on prétend calculer l'effet utile des machines, d'après le diamètre de leur cylindre, et sans tenir compte de la vaporisation produite, laquelle, non-seulement n'entre pas dans le calcul, mais ne fait pas même partie des observations.

On remarquera également que, pour passer de l'effet utile qui se produit à une vitesse quelconque v, à l'effet utile maximum de la même machine, il faut, au résultat observé dans le premier

cas, ajouter le terme

$$\frac{n+q(p+f)}{(1+\delta)q}\left(av-\frac{l}{l'+c}\cdot\frac{S}{n+qP}\right).$$

Cette expression donne donc la mesure de l'erreur que l'on commet dans les calculs ordinaires, et que l'on rejette ensuite sur le compte des frottements, lorsque ayant admis avant tout que la vapeur passe dans le cylindre sans changer de pression, on se trouve, par cette supposition, prendre l'effet produit à une certaine vitesse v, comme l'effet maximum de la machine, sans s'être assuré préalablement que cette vitesse v est bien celle de pleine pression de la machine.

La force en chevaux de la machine, quand elle exerce son plus grand effort, ou qu'elle produit son maximum d'effet utile, sera, comme précédemment, en mesures anglaises :

$$F._{u.m.ch.} = \frac{E._{u.max.}}{33000} \ldots\ldots (16)$$

Les autres modifications données déjà, de l'expression de l'effet utile, seront encore, en mesures anglaises :

(17)... $E._{u.m.1\,lb.co.} = \frac{E._{u.max.}}{N}$... Effet utile maximum dû à 1 lb de combustible.

(18)... $E._{u.m.1\,p.c.} = \frac{E._{u.max.}}{S}$... Effet utile maximum dû à la vaporisation de 1 pied cube d'eau.

(19)... $Q.^{mi.co.pr.\,1\,ch.} = \frac{33000N}{E.^{u.max.}}$ ... Quantité minimum de combustible consommée par force de cheval.

(20)... $Q.^{mi.e.pr.\,1\,ch.} = \frac{33000S}{E.^{u.max.}}$ ... Quantité minimum d'eau vaporisée par force de cheval.

(21)... $F.^{u.m.ch.pr.\,1\,lb.co.} = \frac{E.^{u.max.}}{33000N}$ ... Maximum de la force en chevaux, que peut produire 1 lb de combustib.

(22)... $F.^{u.m.ch.pr.\,1\,p.e.} = \frac{E.^{u.max.}}{33000S}$ ... Maximum de la force en chevaux, que peut produire 1 pied cube d'eau vaporisé.

ARTICLE TROISIÈME.

DU MAXIMUM ABSOLU D'EFFET UTILE.

Les recherches qui précèdent suffisent pour les machines où la détente est fixée *à priori* : elles suffisent aussi pour les machines sans détente, parce que celles-ci retombent dans le cas des précédentes, et qu'il suffit alors de faire dans les formules $l' = l$, ce qui donne en même temps $k = \frac{l}{l+c}$. Mais il y a une recherche de plus dont nous devons nous occuper, pour les machines dans lesquelles on est libre de faire varier la détente à volonté.

Nous avons vu que, pour une détente donnée, le mode le plus avantageux de faire travailler la machine, est de lui donner sa charge maximum

que nous avons fait connaître plus haut, et qui peut se calculer *à priori* par l'équation (13). D'après cela, pour chaque détente on sait quelle est la charge à préférer. Mais il s'agit maintenant, entre ces diverses détentes qu'on peut donner à la machine, et chacune accompagnée de sa charge maximum correspondante, de trouver celle qui procurera le plus grand effet utile définitif.

Pour cela, il faut recourir à l'équation (15), qui donne l'effet utile maximum de la machine, avec une détente l', savoir en y développant la quantité k:

$$E.^{u.max.}=\frac{S}{(1+\delta)q}\left[\frac{l'}{l'+c}+\log\frac{l+c}{l'+c}-\frac{l}{l'+c}\cdot\frac{n+q(p+f)}{n+qP}\right];$$

et chercher, parmi toutes les valeurs qu'on peut donner à l', celle qui rendra cet effet utile un maximum. Or, en égalant à zéro le coefficient différentiel de cette expression, pris par rapport à l', on trouve pour la condition du maximum cherché

$$\frac{l'}{l}=\frac{\frac{n}{q}+p+f}{\frac{n}{q}+P}\;\ldots\ldots\;(34)$$

Cette équation peut s'écrire comme il suit:

$$\frac{l'}{l}=\frac{\dfrac{1}{n+qP}}{\dfrac{1}{n+q(p+f)}};$$

et sous cette forme, on reconnaît que le second membre n'est autre chose que le rapport des vo-

lumes relatifs de la vapeur formée sous les pressions respectives P et $(p+f)$.

Par conséquent, pour connaître la valeur du rapport $\frac{l'}{l}$, qui produit dans la machine le maximum absolu d'effet utile, il faut chercher, soit au moyen de la formule (a), soit au moyen des tables données dans le chapitre II, le volume relatif de la vapeur formée sous la pression P de la chaudière, puis ensuite le volume relatif de la vapeur supposée formée directement sous une pression indiquée par la somme $(p+f)$; et le premier volume relatif divisé par le second fera connaître la valeur cherchée de $\frac{l'}{l}$, c'est-à-dire le rapport qui doit exister entre la portion l' de la course parcourue avant le commencement de la détente, et la course totale du piston.

On voit aussi qu'en supposant $n=0$ dans cette relation, elle se réduirait à la suivante

$$\frac{l'}{l} = \frac{p+f}{P} \text{ ..... (34 \textit{bis})}.$$

Par conséquent, si l'on négligeait dans le calcul des effets de la machine, l'influence du changement de température de la vapeur, la valeur du rapport $\frac{l'}{l}$ qui convient à la production du maximum absolu d'effet utile, serait alors donnée simplement par le rapport entre les deux quantités $(p+f)$ et P. On peut donc regarder cette dernière équa-

tion comme une approximation de la précédente.

En introduisant la valeur de $\frac{l'}{l}$ donnée par l'équation (34), dans les formules de l'article II, nous aurons toutes les déterminations relatives à l'effet utile maximum que peut produire la machine avec cette détente ; et puisque celle-ci est elle-même la détente la plus favorable pour la machine, il s'ensuit que ces déterminations seront celles qui correspondent au maximum *absolu* de l'effet utile qu'est capable de produire cette machine.

Les formules dans lesquelles il faut substituer la valeur de $\frac{l'}{l}$ ainsi trouvée, sont celles déjà données et qui sont calculées en tenant compte du changement de température de la vapeur. Cependant, comme la supposition de la conservation de température de la vapeur, c'est-à-dire l'hypothèse de $n=0$, $q=\frac{1}{mP}$, dans laquelle m représente le volume relatif de la vapeur à la pression P, simplifie beaucoup les équations, et donne déjà une approximation suffisante pour un grand nombre de cas où la détente n'est pas poussée très loin, nous présentons ici les résultats correspondants de toutes les formules. Ils feront connaître d'une manière déjà fort approchée, le maximum absolu des effets utiles qu'il est possible d'obtenir d'une machine connue, en prenant à la fois la détente et la charge les plus avantageuses.

(23). ...... $v'' = \frac{mS}{a} \cdot \frac{lP}{l(p+f)+Pc}$ ....

.... Vitesse du maximum *absolu* d'effet utile.

(24). ..... $ar'' = \frac{a}{1+\delta} \cdot \frac{l(p+f)+Pc}{l} \log \frac{(l+c)P}{l(p+f)+Pc}$ ...

.... Charge du piston correspond. au maximum *absolu* d'effet utile.

(25). .... $S = \frac{av''}{m} \cdot \frac{l(p+f)+Pc}{lP}$ ....

.... Vaporisation effective par unité de temps.

(26). $E.^{u.max.ab.}$.. $= \frac{mSP}{1+\delta} \log \frac{(l+c)P}{l(p+f)+Pc}$ ....

.... Maxim. *absolu* de l'effet utile.

(27). $F.^{u.ch.}$.... $= \frac{E.^{u.max.ab.}}{33000}$.... Maximum absolu de la force utile en chevaux.

(28). $E.^{u.1\,lb.co.}$. $= \frac{E.^{u.max.ab.}}{N}$ ... Maximum absolu de l'effet utile produit par 1 lb. de combustible.

(29). $E.^{u.1\,p.e.}$.. $= \frac{E.^{u.max.ab.}}{S}$ ... Maxim. absolu de l'effet utile dû à la vaporisation de 1 pied cube d'eau.

(30). $Q.^{co.pr.1\,ch.} = \frac{33000N}{E.^{u.max.ab.}}$ ... Quantité de combustib. minimum par force de cheval.

(31). $Q.^{e.pr.\,1\,ch.} = \frac{33000S}{E.^{u.max.ab.}}$ ... Quantité d'eau minim. vaporisée par force de cheval.

(32). $F.^{u.ch.pr.\,1\,lb.co.} = \frac{E.^{u.max.ab.}}{33000N}$ .... Maximum absolu de la force en chevaux produite par 1 lb de combustible.

(33). $F.^{u.ch.pr.\,1\,p.e.} = \frac{E.^{u.max.ab.}}{33000S}$ .... Maximum absolu de la force en chevaux produite par 1 pied cube d'eau vaporisé.

(34 *bis.*)......... $\frac{l'}{l} = \frac{p+f}{P}$.... Détente qui produit le maximum *absolu* d'effet utile.

La seule remarque que nous ferons au sujet de ces formules, c'est que la charge convenable à la production du maximum *absolu* d'effet utile, dans les machines à détente, n'est pas la charge maximum dont est capable la machine. En effet, si l'on se reporte à l'équation (13), qui représente la charge maximum avec une détente donnée, savoir, en y développant la quantité k:

$$ar' = \frac{a}{1+\delta}\left(\frac{n}{q}+P\right)\left(\frac{l'}{l}+\frac{l'+c}{l}\log\frac{l+c}{l'+c}\right) - \frac{a}{1+\delta}\left(\frac{n}{q}+p+f\right)$$

et que l'on cherche, par la différentiation, la valeur de l' qui en fera un maximum, on trouvera que cette condition est exprimée par $l'=l$, et non par

$$\frac{l'}{l} = \frac{\frac{n}{q}+p+f}{\frac{n}{q}+P}.$$

Par conséquent, si l'on veut que la machine mette en mouvement la plus grande charge dont elle est capable, il faut la faire travailler sans détente; mais cette charge n'est pas celle qui produit le maximum *absolu* d'effet utile. Celle-ci sera donnée par la solution de l'équation (34), introduite dans la formule (13), ou approximativement par la formule (24), comme on vient de le voir plus haut.

CHAPITRE IV.

DES MACHINES A HAUTE PRESSION.

ARTICLE PREMIER.

THÉORIE DES MACHINES A HAUTE PRESSION ET DES MACHINES SANS DÉTENTE EN GÉNÉRAL.

§ 1er. *Des effets de la machine avec une charge ou une vitesse quelconques.*

Dans le chapitre précédent, nous avons donné d'une manière générale, la théorie des effets de la vapeur agissant dans le cylindre d'une machine, tant pendant son arrivée directe de la chaudière, que pendant sa détente dans le cylindre, après sa séparation de la chaudière. Cette théorie et les formules que nous en avons déduites, forment la base de tous les calculs que peuvent exiger les applications particulières de la vapeur; et il ne nous reste plus maintenant qu'à en montrer les modifications suivant chaque système de machines, ou chaque mode en usage pour utiliser l'action motrice de la vapeur.

C'est l'objet que nous nous proposons maintenant dans ce chapitre et dans les suivants. Nous diviserons les machines en trois genres et chaque genre en plusieurs classes, selon les différences qui existent entre les divers systèmes de machines.

Le premier genre se composera des machines

rotatives sans détente, comprenant comme subdivisions, les machines stationnaires à haute pression, les locomotives, et les machines rotatives de Watt, dites à double effet.

Dans le second genre, nous placerons les machines *rotatives à détente*, qui formeront de même trois classes : celles à condensation, et à détente dans un seul cylindre, ou les machines de Cornouailles; celles à condensation, et à détente dans deux cylindres, ou les machines de Woolf et d'Edwards; et enfin celles à détente sans condensation, ou les machines d'Evans.

Dans le troisième genre enfin, nous placerons les machines *à simple effet ou d'épuisement*, qui formeront encore trois classes : les machines de Watt à simple effet, les machines de Cornouailles à simple effet, et les machines atmosphériques.

Nous traiterons spécialement, dans ce chapitre, des machines à haute pression, et nous en donnerons d'abord la théorie sous une forme assez générale pour embrasser en même temps toutes les machines sans détente.

Nous avons déjà dit, en développant la théorie générale de l'action de la vapeur, que les formules convenables au calcul des machines sans détente, peuvent se déduire des formules générales, en y supposant la détente nulle; c'est-à-dire en y faisant $l' = l$. En outre, comme, pour ces machines, la détente n'est susceptible d'aucune variation, puisqu'elle n'existe pas, le troi-

sième cas considéré dans la théorie générale, ne pourra se présenter. Ainsi il n'y aura que deux circonstances à observer dans leur travail, savoir : le cas où elles fonctionnent *avec une charge quelconque*, et celui où elles fonctionnent *avec leur charge maximum, ou de plus grand effet utile.*

Nous pourrions donc conclure immédiatement ici, des formules générales déjà développées, les formules particulières qui conviennent aux machines que nous avons à traiter. Cependant comme dans le calcul général que nous avons exposé, il se présente plus de complication qu'il n'est nécessaire pour le cas des machines sans détente, et que même nous avons dû y faire quelque usage du calcul différentiel et intégral, dont la connaissance n'est pas familière au plus grand nombre des lecteurs, nous croyons utile de laisser de côté les formules générales déjà trouvées, et de rechercher d'une manière directe, celles qui conviennent à l'action de la vapeur, considérée dans les machines sans détente seulement.

Nous avons déjà dit, dans le chapitre premier, que les effets des machines ne se calculant jamais qu'après l'instant où elles sont parvenues au mouvement uniforme, il en résulte qu'il y a nécessairement équilibre entre la puissance et la résistance; c'est-à-dire entre la force appliquée par le moteur, et la force résultante du frottement de la machine, de la résistance de la charge et de toutes les autres forces diverses qui s'opposent au mou-

vement de la machine. Par conséquent, si nous appelons P la pression de la vapeur par unité de surface dans la chaudière, P′ la pression inconnue qu'aura cette vapeur dans le cylindre, et R la résistance *totale* opposée au mouvement du piston, on aura pour première équation de relation

$$P' = R \ldots\ldots \quad (A)$$

En outre, nous avons dit encore qu'il y a nécessairement aussi égalité entre la dépense et la production de vapeur. Or, si nous exprimons par S le volume d'eau vaporisé, par unité de temps, dans la chaudière, ce volume d'eau se changera d'abord dans la chaudière, en vapeur à la pression P; puis il se changera dans le cylindre, en vapeur à la pression P′. Mais nous avons vu dans le chapitre II, que pendant ce changement de pression de la vapeur, qui d'après nos expériences se trouve toujours accompagné d'un changement correspondant de température, la vapeur reste toujours au maximum de densité pour sa température. De plus, dans les vapeurs au maximum de densité pour leur température, le volume relatif de la vapeur, c'est-à-dire le rapport du volume occupé par la vapeur, au volume de l'eau qui l'a produite, peut être exprimé par l'équation très simple,

$$\mu = \frac{1}{n + qp},$$

dans laquelle μ est le volume relatif cherché, p la

pression, et n et q deux nombres constants, dont nous avons donné les valeurs. Le volume de vapeur à la pression P', transmis chaque minute au cylindre de la machine, sera donc μS, ou

$$\frac{S}{n+qP'}.$$

D'un autre côté, si l'on exprime par v la vitesse du piston, et par a l'aire du cylindre, va sera le volume décrit par le piston dans l'unité de temps. Cependant il faut remarquer que la vapeur se répand dans le cylindre, non-seulement dans l'espace matériellement parcouru par le piston, mais encore dans les espaces libres et passages aboutissants du cylindre, où cette vapeur se perd à chaque coup de piston. En appelant l la course du piston, et c la liberté du cylindre exprimée par une portion équivalente de la longueur utile du cylindre, on voit que al sera le volume décrit par le piston à chaque course, mais que $a(l+c)$ sera le véritable volume de vapeur dépensé dans la même course. Le volume de vapeur dépensé à chaque course, sera donc au volume décrit par le piston, dans le rapport

$$\frac{l+c}{l};$$

et par conséquent il y aura le même rapport entre les volumes dépensés et les volumes décrits par le piston, dans l'unité de temps.

Nous avons vu que le volume décrit dans l'u-

nité de temps par le piston est av; le volume de vapeur dépensé dans le même intervalle de temps, sera donc

$$av\frac{l+c}{l}.$$

Et ainsi l'égalité entre la production et la dépense de vapeur, donnera pour seconde relation générale

$$\frac{S}{n+qP'}=av\frac{l+c}{l}\ldots\ldots \quad (B)$$

Par conséquent, en éliminant P′ entre les deux équations (A) et (B), on obtiendra

$$v=\frac{l}{l+c}\cdot\frac{S}{a}\cdot\frac{1}{n+qR}.$$

D'un autre côté, si l'on exprime par r la résistance de la charge, par f le frottement de la machine lorsqu'elle fonctionne sans charge, par δ l'accroissement que ce frottement éprouve par chaque unité de la résistance r imposée à la machine, enfin par p la pression subsistant contre la face opposée du piston, et résultant de l'atmosphère pour les machines sans condensation, ou de la condensation imparfaite dans le cylindre pour les machines à condensation, ces quatre forces étant d'ailleurs rapportées à l'unité de surface du piston; il est clair qu'on aura pour la résistance *totale* R, la valeur

$$R=(1+\delta)r+f+p;$$

ce qui donnera enfin pour la vitesse v de la machine,

Enfin, le produit $ar'v'$ donnera la mesure du maximum d'effet utile de la machine; et l'on pourra l'exprimer, comme précédemment, sous les diverses formes indiquées dans le paragraphe 5 de l'article Ier du chapitre III.

On aura donc ainsi toutes les formules nécessaires à la solution des différents problèmes qui peuvent se présenter dans le calcul de ces machines.

ARTICLE DEUXIÈME.

FORMULES PRATIQUES POUR LE CALCUL DES MACHINES A HAUTE PRESSION, ET EXEMPLE DE LEUR APPLICATION.

Dans les machines à haute pression, sans détente, la vapeur est produite dans la chaudière à une pression très élevée. Elle passe ensuite dans le cylindre, où elle agit successivement au-dessus et au-dessous du piston, pour lui imprimer un mouvement alternatif. Celui-ci communiqué au balancier, se transmet à une manivelle, et se change en un mouvement de rotation continu appliqué à l'arbre de la machine, qui détermine ensuite l'action particulière de toutes les pièces nécessaires à l'usage de la machine. La vapeur pénètre donc alternativement dans le cylindre par l'une et par l'autre de ses extrémités; mais à mesure qu'elle a poussé le piston au bout de sa course, une ouverture lui permet de s'échapper librement dans l'atmosphère, sans être condensée.

Par conséquent, au lieu d'avoir, sur la face du piston opposée à l'action de la vapeur, un vide plus ou moins parfait résultant de la condensation, c'est-à-dire une pression nulle ou presque nulle, il y subsiste toujours, au contraire, la pression atmosphérique, laquelle succède aussitôt à la pression qu'exerçait auparavant la vapeur. Dans ces machines, la pression de l'atmosphère doit donc être comptée parmi les forces qui s'opposent au mouvement du piston; c'est-à-dire que la quantité représentée par p, doit avoir ici une valeur égale à 14.71 livres par pouce carré, en mesures anglaises, et 1.033 kilogrammes par centimètre carré, en mesures françaises.

Pour être en état d'appliquer les formules que nous venons de développer, il faut encore connaître les deux quantités f et δ; c'est-à-dire le frottement de la machine fonctionnant sans charge, et son frottement additionnel par unité de la charge r. A cet égard des expériences spéciales et circonstanciées seraient nécessaires; mais jusqu'à ce que nous ayons pu acquérir des idées précises à ce sujet, nous pouvons avoir une évaluation de ces deux quantités d'après nos expériences sur les machines locomotives, qui sont aussi des machines à haute pression sans détente. Dans celles-ci, le frottement de la machine fonctionnant sans charge, et déduction faite de la force nécessaire pour le transport de son propre poids le long des rails, revient à 1 livre environ par pouce carré de la

surface du piston, et le frottement additionnel causé par une résistance quelconque est 0.14 de cette résistance. Nous prendrons donc ici,

$$f = 1 \times 144 \text{lbs} \quad \text{et} \quad \delta = 0.14 \text{ (1)}$$

Enfin, dans ces machines, ainsi que dans toutes celles à rotation, où le mouvement du piston est arrêté et réglé par une manivelle, l'intervalle laissé entre la fin de la course du piston et le

---

(1) Une locomotive à deux cylindres de 11 pouces de diamètre, et à roues non couplées, a un frottement moyen de 101 livres, lorsqu'elle est sans charge; et en en déduisant 64 lbs, pour le transport de son propre poids et le frottement additionnel que ce tirage cause dans la machine, il reste 37 livres pour la résistance propre au mécanisme. Cette résistance étant mesurée à la vitesse de la roue, produit contre le piston, une force augmentée dans la proportion inverse des vitesses respectives; c'est-à-dire une force de

$$37 \times 5.9 = \text{[illegible]8 lbs},$$

ce qui revient à 1.15 livre par pouce carré de la surface des pistons.

En outre, une charge de 1 tonne offre, sur un railway, une résistance de 7 livres, et occasionne dans la machine un surplus de frottement de 1 lb. C'est donc un frottement additionnel égal à $\frac{1}{7}$ de la résistance attachée à la machine. Cette évaluation peut se trouver trop forte pour une machine qui n'a pas de frottement sur des roues de transport, mais nous la laisserons subsister, parce que dans l'absence de données certaines, il vaut mieux ne pas risquer d'évaluer les résistances passives trop bas.

fond du cylindre, ne s'élève, y compris les passages aboutissants, qu'à $\frac{1}{20}$ de la longueur utile du cylindre; ce qui donne

$$\frac{l+c}{l} = \frac{21}{20} = 1.05.$$

En introduisant donc ces valeurs dans les formules, hors celles de f et δ qui ne sont qu'approximatives; et y mettant en outre pour les constantes n et q, les valeurs qui conviennent aux machines sans condensation, savoir, en mesures anglaises, et quand la pression est exprimée en livres par pied carré,

$$n = 0.0001421,$$
$$q = 0.00000023,$$

on obtient, pour les formules numériques propres au calcul des machines dont nous occupons:

Formules pratiques pour les machines à haute pression (mesures anglaises).

CAS GÉNÉRAL.

$$v = \frac{S}{a} \cdot \frac{10,000}{6.6075 + 0.002415[(1+\delta)r+f]} \dots$$

.... Vitesse du piston, en pieds par minute.

$$ar = 4,140,750 \frac{S}{(1+\delta)v} - \frac{a}{1+\delta}(2736+f) \dots$$

.... Charge utile du piston, en livres.

$$S = \frac{av}{10{,}000}\{6.6075+0.002415[(1+\delta)r+f]\}.$$ .... Vaporisation effective, en pieds cubes d'eau par minute.

$E.^{u.} = arv$.......... Effet utile, en livres élevées à 1 pied par minute.

$F.^{u.ch.}$.....$= \frac{E.^{u.}}{33000}$....... Force utile, en chev.

$E.^{u.1lb.co.}$....$= \frac{E.^{u.}}{N}$.......... Effet utile de 1 lb. de combustible, en livres élevées à 1 pied.

$E.^{u.1p.e.}$.....$= \frac{E.^{u.}}{S}$.......... Effet utile de 1 pied cube d'eau, en livres élevées à 1 pied.

$Q.^{co.pr.1ch.}$...$= \frac{33000N}{E.^{u.}}$....... Quantité de combustible, en livres, qui produit la force d'un cheval.

$Q.^{e.pr.1ch.}$....$= \frac{33000S}{E.^{u.}}$....... Quantité d'eau, en pieds cubes, qui produit la force d'un cheval.

$F.^{u.ch.pr.1lb.co.} = \frac{E.^{u.}}{33000N}$....... Force de chevaux, produite par 1 livre de combustible.

$F.^{u.ch.p.p.e.}$...$= \frac{E.^{u.}}{33000\,S}$....... Force de chevaux, prod. par pied cube d'eau vaporisé.

CAS DU MAXIMUM D'EFFET UTILE.

$$v' = \frac{S}{a} \cdot \frac{10,000}{1.492+0.002415P} \ldots\ldots\ldots\ldots$$

.... Vitesse du piston, en pieds par minute.

$$ar' = \frac{a}{1+\delta}(P-f-2118) \ldots\ldots\ldots\ldots$$

.... Charge utile du piston en livres.

$$S = \frac{av'}{10,000}(1.492+0.002415P) \ldots\ldots\ldots$$

.... Vaporisation effective, en pieds cubes d'eau par minute.

$E.^{u.max.} = a'r'v'$ .... Effet utile, en livres élevées à 1 pied par minute.

Nous n'ajouterons pas, aux formules du cas de maximum d'effet utile, les diverses expressions de cet effet utile, en chevaux, en poids de combustible, etc., parce que les formules qui les donnent sont les mêmes que celles du cas général.

Pour montrer une application de ces formules, supposons qu'il s'agisse de déterminer les effets que l'on peut attendre d'une machine de ce système déjà construite, et dont les dimensions et autres données de calcul soient connues, savoir :

Cylindre de 17 pouces de diamètre; ou $a = 1.57$ pieds carrés.

Course du piston, 16 pouces; ou $l = 1.33$ pieds.

Vaporisation effective dont est capable la chaudière, 0.67 pied cube d'eau par min.; ou S=0.67 pied cube.

Consommation de coke dans le même temps, 8 livres; ou N = 8 lbs.

Pression *totale* dans la chaudière, 65 livres par pouce carré; ou P = 65 × 144 lbs par pied carré.

En faisant le calcul avec ces données, on obtient les résultats suivants pour les effets qu'est capable de produire cette machine, à la vitesse de maximum d'effet utile, et aux vitesses respectives de 250 et 300 pieds par minute:

			Maximum d'effet utile.
v	= 300	... 250	... 176
ar	= 4,146	... 5,769	... 9,777
$\frac{r}{144}$	= 18.34	... 25.52	... 43.25
S	= 0.67	... 0.67	... 0.67
$E.^{u.}$	= 1,243,800	... 1,442,250	... 1,724,580
$F.^{u.ch.}$	= 38	... 44	... 52
$E.^{u.\,1\,lb.co.}$.	= 155,475	... 180,280	... 271,390
$E^{u.\,1\,p.e.}$ ...	= 1,856,450	... 2,152,640	... 2,574,000
$Q.^{co.pr.\,1\,ch.}$.	= 0.212	... 0,183	... 0.153
$Q.^{e.pr.\,1\,ch.}$.	= 0.018	... 0.015	... 0.013
$F.^{u.ch.pr.1lb.co.}$	= 4.71	... 5.46	... 6.53
$F.^{u.ch.pr.\,1\,p.e.}$	= 56	... 65	... 78

Tels seront les effets produits. Cependant, à l'égard des effets que présente ce tableau comme résultant de la combustion d'une livre de combustible, on doit observer qu'ils se rapportent

à l'emploi du coke; c'est-à-dire que c'est d'expériences faites avec ce combustible, que nous avons conclu la quantité employée à la vaporisation de 0.67 pied cube d'eau par minute. Comme d'après les expériences de Smeaton, le coke ne produit que les $\frac{5}{6}$ de l'effet que produirait le même poids de la houille dont ce coke est tiré, il s'ensuit que si le foyer, dans ces expériences, avait été alimenté avec de la houille au lieu de coke, le combustible nécessaire à la vaporisation ci-dessus, n'aurait été que 6.66 lbs. Par conséquent l'effet dû à la consommation de 1 lb. de combustible serait devenu dans la machine en question, et dans le cas de maximum d'effet utile :

$$E.^{u.1lb.co.} = 258,950$$

Nous ne citons ce résultat, que pour le rendre plus comparable à ceux que nous indiquerons plus loin, pour les machines dans lesquelles on brûle de la houille et non du coke.

Pour avoir les mêmes formules numériques, en mesures françaises, il suffit d'observer qu'alors on aura pour les constantes :

Pression atmosphérique, $p = 10330$ kilogrammes par mètre carré.

Frottement de la machine sans charge, $f = 703$ kilogrammes par mètre carré.

Frottement additionnel de la machine par unité de la charge, $\delta = 0.14$.

Rapport de la dépense de vapeur au volume décrit par le piston, $\frac{l+c}{l} = 1.05$.

Coefficients de l'équation des volumes relatifs de la vapeur $\left\{ \begin{array}{l} n = 0.0001421. \\ q = 0.0000000471. \end{array} \right.$

Par conséquent, en effectuant au moyen de ces valeurs, toutes les opérations possibles dans les équations, on trouvera pour les formules numériques propres au calcul des machines dont nous nous occupons, et en mesures françaises :

Formules pratiques pour les machines à haute pression (mesures françaises) :

CAS GÉNÉRAL.

$$v = \frac{S}{a} \cdot \frac{10,000}{6.603 + 0.0004945[(1+\delta)r + f]} \ldots$$

.... Vitesse du piston, en mètres par minute.

$$ar = 20,220,500 \frac{S}{(1+\delta)v} - \frac{a}{1+\delta}(13,352 + f).$$

.... Charge utile du piston, en kilogrammes.

$$S = \frac{av}{10,000}\{6.603 + 0.0004945[(1+\delta)r + f]\}.$$

.... Vaporisation effective, en mètres cubes d'eau par minute.

$E.^{u.} = arv$ .... Effet utile, en kilog., élevés à 1 mètre par minute.

$F.^{u.ch.}$ .... $= \frac{E.^{u.}}{4500}$ .... Force utile en chevaux.

$E.^{u.\,1\,k.co.}$ ...... $= \frac{E.^{u.}}{N}$ .... Effet utile de 1 kilog. de combustib., en kilog., élevés à 1 mètre.

$E.^{u.\,1\,m.e.}$ ...... $= \frac{S}{E.^{u.}}$ .... Effet utile de 1 mètre cube d'eau, en kilog., élevés à 1 mètre.

$Q.^{co.pr.\,1\,ch.}$ .... $= \frac{4500N}{E.^{u.}}$ .... Quantité de combustible, en kilog., qui produit la force d'un cheval.

$Q.^{e.pr.\,1\,ch.}$ ...... $= \frac{4500S}{E.^{u.}}$ .... Quantité d'eau, en mètres cubes, qui produit la force d'un cheval.

$F.^{u\,ch.pr.\,1\,k.co.}$ ... $= \frac{E.^{u.}}{4500N}$ ...... Force de chevaux produite par kilogramme de combustible.

$F.^{u.ch.pr.\,1\,m.e.}$ ... $= \frac{E.^{u.}}{4500S}$ .... Force de chevaux produite par mètre cube d'eau vaporisé.

CAS DU MAXIMUM D'EFFET UTILE.

$$v' = \frac{10{,}000}{a(1.492+0.00049455P)}$$ ....

.... Vitesse du piston, en mètres par minute.

$$ar = \frac{a}{1+\delta}(P - f - 10330)$$ ....

.... Charge utile du piston, en kilog.

$S = \frac{av'}{10,000}(1.492 + 0.00049455P)$ .... Vaporisation effective, en mètres cubes d'eau par minute.

$E.^{u.max.} = ar'v'$ .... Effet utile, en kilog., élevés à 1 mètre par minute.

Enfin, si l'on veut faire l'application de ces formules aux effets de la même machine, dont les dimensions ont été données plus haut en mesures anglaises, il suffit de rapporter toutes les mesures aux unités françaises; ce qui donne d'abord

Diamètre du cylindre, 43.18 centimètres; ou $a = 0.1458$ mètre carré.

Course du piston, $l = 0.4064$ mètre.

Vaporisation effective dont est capable la chaudière, $S = 0.01897$ mètre cube d'eau par minute.

Consommation de coke, $N = 3.627$ kilogrammes par minute.

Pression *totale* dans la chaudière, 4.568 kilog. par centimètre carré; ou $P = 45680$ kilog. par mètre carré.

En effectuant donc tous les calculs avec ces données, on obtient les résultats suivants, pour les effets de la machine, rapportés aux mesures françaises, aux vitesses respectives du maximum d'effet utile, et de 76.20 et 91.44 mètres par minute pour le piston.

			Maximum d'effet utile.
v........	= 91.44	.. 76.20	.. 53.75
ar.......	= 1,876	.. 2,617	.. 4,432
$\frac{r}{144}$......	= 1.287	.. 1.795	.. 3.039
S........	= 0.01897	.. 0.01897	.. 0.01897
$E.^{u.}$.....	= 171,780	.. 199,440	.. 238,200
$F.^{u.ch.}$...	= 38	.. 44	.. 53
$E.^{u.1k.co.}$.	= 47,396	.. 55,025	.. 65,728
$E^{u.1m.e.}$...	= 9,059,200..	10,517,500	.. 12,562,930
$Q^{.co.pr.1ch.}$.	= 0.0948	.. 0.0816	.. 0.0684
$Q.^{e.pr.1ch.}$.	= 0.000497	.. 0.000428	.. 0.000358
$F.^{u.ch.pr.1k.co.}$	= 10.53	.. 12.23	.. 14.61
$F.^{u.ch.pr.1.me.}$	= 2013	.. 2337	.. 2792

CHAPITRE V.

MACHINES LOCOMOTIVES.

ARTICLE PREMIER.

THÉORIE SPÉCIALE DES MACHINES LOCOMOTIVES.

Les machines locomotives, en usage sur les chemins de fer, sont construites sur les mêmes principes que les précédentes, pour l'application de la vapeur comme force motrice. La vapeur est de même formée à une pression très élevée dans la chaudière. Elle passe ensuite dans les cylindres, où elle est admise sans interruption pendant toute la durée de la course du piston, et enfin elle s'échappe dans l'atmosphère, sans avoir été condensée. On n'emploie donc dans ces machines ni la détente ni la condensation.

La vapeur une fois parvenue dans le cylindre, y agit successivement d'un côté et de l'autre du piston, et lui communique ainsi un mouvement rectiligne alternatif, qui, par l'intermédiaire d'une manivelle, se change en un mouvement de rotation appliqué aux roues qui soutiennent la machine; et l'effet de cette rotation est de porter en avant la machine elle-même, suivie de tout son train.

Ces machines n'étant qu'une application particulière des précédentes, les formules propres à

calculer leurs effets seront semblables à celles qu'on vient de donner. Cependant il s'y présente, de plus, quelques circonstances accessoires que nous devons y introduire; et c'est ce qui rend nécessaire de les traiter à part.

Ces circonstances sont, 1° que la machine est obligée de traîner son propre poids, ce qui diminue d'autant son effet *utile;* 2° que la vapeur perdue étant lancée dans la cheminée par l'orifice de la tuyère, pour y créer un courant d'air artificiel propre à activer le feu et suppléer ainsi à l'exiguité de la chaudière, il en résulte qu'une certaine force est dépensée par la machine pour chasser cette vapeur avec la vitesse nécessaire; 3° que le train conduit par la machine, ayant à lutter dans son mouvement contre la résistance de l'air, et cette force croissant comme le carré de la vitesse, il en résulte une résistance variable à ajouter à celles déjà considérées; 4° enfin que quelques-unes de ces machines sont sujettes à une perte considérable de vapeur par les soupapes de sûreté, et jusqu'à ce que ce défaut soit entièrement corrigé, il est nécessaire d'y avoir égard.

Pour tenir compte de ces diverses circonstances, nous exprimerons par f la force exigée pour exécuter le transport de la machine elle-même, et par $p'v$ la pression sur la face opposée du piston, résultant de l'action de la tuyère, pression que, d'après nos propres expériences à ce sujet, nous supposerons proportionnelle à la vitesse du mou-

vement; nous exprimerons par gv^2 la résistance de l'air contre le train, et nous introduirons ces trois forces dans le calcul en les supposant rapportées ici à l'unité de surface du piston et à sa vitesse. A l'égard de la perte de vapeur par les soupapes, on en tiendra compte, s'il y a lieu, de la manière que nous avons indiquée déjà, et on la soustraira de la vaporisation totale, afin d'en conclure la vaporisation effective, et la valeur réelle de S.

Cela posé, la résistance totale contre le piston, que nous avions exprimée par r, deviendra maintenant

$$r + \rho + gv^2;$$

et la pression p, sur la face opposée du piston, deviendra

$$p + p'v.$$

Par conséquent les formules convenables au calcul de ces machines, dans le cas général et dans le cas du maximum d'effet utile, seront :

CAS GÉNÉRAL.

$$v = \frac{l}{l+c} \cdot \frac{S}{a} \cdot \frac{1}{n+q[(1+\delta)(r+\rho+gv^2)+p+p'v+f]}.$$

$$ar = \frac{l}{l+c} \cdot \frac{S}{q(1+\delta)v} - \frac{a}{1+\delta}\left(\frac{n}{q}+p+pv'+f\right) - a(\rho+gv^2)].$$

$$S = \frac{l+c}{l} \cdot av\{n+q[(1+\delta)(r+\rho+gv^2)+p+p'v+f]\}.$$

$$E.^{u} = arv.$$

CAS DU MAXIMUM D'EFFET UTILE.

$$v' = \frac{l}{l+c} \cdot \frac{S}{a(n+qP)}.$$

$$ar' = \frac{a}{1+\delta}(P - p - p'v - f) - a(\rho + gv').$$

$$S = \frac{l+c}{l} \cdot av'(n+qP).$$

$$E._{u.max.} = ar'v'.$$

En outre, les diverses expressions de l'effet utile seront exprimées par les formules développées dans le § 5 de l'article Ier du chapitre III, qui conviennent à toutes les machines.

La vitesse v, que contiennent ces équations, est celle du piston. Il est plus commode dans la pratique, de se servir de la vitesse de la machine elle-même, comme nous l'avons fait dans notre *Traité des Locomotives;* mais pour conserver la même forme dans l'application de nos formules à toutes les machines à vapeur, nous n'introduirons ici aucun changement à cet égard. Du reste, comme le piston parcourt deux fois la course tandis que la roue fait un tour, la vitesse de la machine se déduira facilement de celle du piston, en multipliant cette dernière par le rapport

$$\frac{\pi D}{2l}, \text{ ou } 1.5708\,\frac{D}{l},$$

dans lequel π est le rapport de la circonférence au diamètre, D le diamètre de la roue, et l la course du piston.

Dans l'application de ces formules, on remarquera que celle qui donne la vitesse dans le cas d'une charge quelconque, contient encore au dénominateur un terme $p'v$ et une autre gv^2; mais pour éviter la solution d'une équation du 3e degré, on fera une évaluation de la vitesse résultante, et l'on calculera ainsi une valeur approchée de chacun de ces termes que l'on introduira comme des constantes dans l'équation, puis on en tirera la valeur de v. Avec un peu d'expérience de ces machines, le premier essai fait ainsi, conduira déjà à une valeur de v qui suffira dans beaucoup de cas. Si cependant le résultat montrait qu'on s'est trompé trop considérablement dans l'évaluation primitive de v, pour se borner à ce premier essai, on se servirait du résultat de ce premier calcul comme approximation pour un second, et de celui-ci pour un troisième, s'il était nécessaire. Du reste, cette difficulté ne se présente que dans l'équation de la vitesse seulement, et nullement dans les autres formules.

ARTICLE DEUXIÈME.

FORMULES PRATIQUES POUR LE CALCUL DES MACHINES LOCOMOTIVES, ET EXEMPLE DE LEUR APPLICATION.

Pour former maintenant les équations numériques propres au calcul de ces machines, il faut, dans les formules algébriques qui viennent d'être

données, remplacer les constantes par les valeurs que l'expérience leur a assignées.

Le frottement d'une locomotive à roues libres est, comme nous l'avons dit, d'environ 1 lb. par pouce carré de la surface du piston; mais dans les machines à roues couplées, ce frottement est un peu plus considérable, et il équivaut à 1.25 lb par pouce carré du piston. Pour comprendre ces machines, nous adopterons donc cette dernière détermination, et nous prendrons

$$f = 1.25 \times 144 \text{ lb.}$$

Nous avons déjà dit que le surplus que subit ce frottement quand la machine tire une résistance donnée, se monte à $\frac{1}{7}$ de cette résistance; on a donc

$$\delta = 0.14.$$

La pression due à la tuyère varie non-seulement avec la vitesse de la machine, mais encore avec la vaporisation de la chaudière par minute, et la grandeur d'orifice de la tuyère, ainsi qu'on le verra par les expériences développées dans le *Traité des Locomotives;* mais pour simplifier les formules, nous rapporterons ici cet effet à la vaporisation moyenne des machines et à la grandeur d'orifice adoptée dans la pratique. Avec ces dimensions et données moyennes, on trouve que, quand la vitesse est de 10 milles par heure pour la machine, ou de 150 pieds par minute pour le

piston, la pression due à la tuyère est de o.75 lbs par pouce carré de la surface du piston, et qu'elle varie en raison directe de la vitesse du mouvement; d'où l'on déduit

$$p'v = 0.75 \times 144, \text{ pour } v = 150,$$

et par conséquent

$$p' = \frac{0.75}{150} \times 144 = 0.005 \times 144 \text{ lbs.}$$

La résistance de l'air contre un train de surface moyenne, est de 33 livres à la vitesse de 10 milles par heure pour la machine. Cette résistance, en se transmettant au piston, s'augmente dans la raison inverse des vitesses respectives du piston et de la machine, c'est-à-dire des vitesses du piston et de la circonférence de la roue. Si l'on représente par D le diamètre de la roue, cette force devient par conséquent

$$33 \times \frac{3.1416D}{2l};$$

et si on la suppose répartie par unité de la surface du piston, elle y produit une résistance exprimée par

$$\frac{1}{a} \times 33 \times \frac{3.1416D}{2l}.$$

En admettant donc les proportions moyennes le plus en usage pour ces machines; c'est-à-dire prenant le diamètre de la roue à 5 pieds, la course du piston à 16 pouces ou 1.33 pied, le diamètre du

piston à 12 pouces ou 1 pied, la résistance ci-dessus, répartie par pied carré de la surface du piston, revient à

$$0.8615 \times 144.$$

Et comme nous avons dit que c'est l'intensité de cette force, quand on la mesure à la vitesse de 150 pieds par minute pour le piston, et qu'elle croît en raison du carré de la vitesse, on a

$$gv^2 = 0.8615 \times 144, \text{ pour } v = 150,$$

ce qui donne

$$g = 0.00003829 \times 144 \text{ lbs.}$$

Enfin, les machines locomotives étant à haute pression sans condensation, les valeurs de n et q, qui leur conviennent, sont

$$n = 0.0001421,$$
$$q = 0.00000023.$$

En introduisant donc ces valeurs dans les formules algébriques ci-dessus, elles deviennent

Formules pratiques pour les locomotives
(mesures anglaises).

CAS GÉNÉRAL.

$$v = \frac{S}{a} \cdot \frac{10,000}{7.042 + 0.00275(r+\rho) + 0.0017388v + 0.00001518v^2}.$$

.... Vitesse du piston en pieds par minute.

$ar = 3,632,300 \frac{S}{v} - a[2558 + \rho + 0.6316v + 0.0055v^2]$.

.... Charge utile du piston, en livres.

$S = \frac{av}{10,000}.[7.042 + 0.00275(r + \rho) + 0.0017388v + 0.000001518v^2]$..................

.... Vaporisation effective, en pieds cubes d'eau par minute.

$E.^{u.}$ .... $= arv$ .... Effet utile, en livres élevées à 1 pied par minute.

$F.^{u.ch.}$ ...... $= \frac{E.^{u.}}{33000}$ ...... Force utile, en chevaux.

$E.^{u.1\,lb.co.}$ ... $= \frac{E.^{u.}}{N}$ .... Effet utile de 1 livre de combustible, en livres élevées à 1 pied.

$E.^{u.1\,p.e.}$ ..... $= \frac{E.^{u.}}{S}$ .... Effet utile de 1 pied cube d'eau vaporisé, en livres élevées à 1 pied.

$Q.^{co.pr.1\,ch.}$ ... $= \frac{33000N}{E.^{u.}}$ .... Quantité de combustible, en livres, qui produit la force d'un cheval.

$Q.^{e.pr.1\,ch.}$ ... $= \frac{33000S}{E.^{u.}}$ .... Quantité d'eau en pieds cub., qui produit la force d'un cheval.

$F.^{u.ch.pr.1\,lb.co.} = \frac{E.^{u.}}{33000N}$ .... Force de chevaux produite par livre de combustible.

$F.^{u.ch.pr.1\,p.e.}$ .. $= \frac{E.^{u.}}{33000S}$ .... Force de chevaux prod. par pied cube d'eau vaporisé.

CAS DU MAXIMUM D'EFFET UTILE.

$v' = \frac{S}{a} \cdot \frac{10,000}{1.492 + 0.002415P}$. Vitesse du piston, en pieds par minute.

$ar'. = a(0.8772P - 2016 - \rho - 0.6316v' - 0.0055v'^2)$.. .... Charge utile du piston, en livres.

$S = \frac{av'}{10,000}(1.492 + 0.002415P)$............... .... Vaporisation effective, en pieds cubes d'eau par min.

$E.^{u\ max.} = ar'v'$............. Effet utile, en livres élevées à 1 pied par minute.

Nous ne donnons pas, pour le cas du maximum d'effet utile, la force en chevaux, ni les autres modes d'exprimer l'effet de la machine, parce que les formules qui servent à ces déterminations, sont les mêmes que celles du cas général, ce qui nous dispense de les répéter ici.

Pour montrer maintenant un exemple de l'application de ces formules, nous supposerons une machine semblable à la locomotive *Atlas*, qui a les dimensions et capacités suivantes :

2 cylindres de 12 pouces de diamètre ; ou $a = 1.57$.

Course du piston, 16 pouces ; ou $l = 1.33$.

Liberté du cylindre, $\frac{1}{20}$ de la course ; ou $c = 0.05l$.

Roues 5 pieds de diamètre, couplées.

Pression totale dans la chaudière, 65 lbs par pouce carré ; ou $P = 65 \times 144$ lbs par pied carré.

Vaporisation effective, 0.67 pied cube d'eau par minute ; ou $S = 0.67$.

Consommation de combustible dans le même temps, 8 lbs ; ou $N = 8$.

Résistance occasionée par le transport de la machine elle-même, $\frac{1}{320}$ de son poids, ou 80 lbs ; ce qui fait contre le piston, une résistance de $80 \times 5.9 = 472$ lbs, ou 2.09 lbs par pouce carré de sa surface. Ainsi $\varrho = 2.09 \times 144$ lbs.

En effectuant donc le calcul avec ces données, on trouve les résultats suivants, à la vitesse du maximum d'effet utile, et aux vitesses de 250 et 300 pieds pour minute, pour le piston :

			Maximum d'effet utile.
v	= 300	... 250	 176
ar	= 2648	... 4457	 8810
$\frac{r}{144}$	= 11.28	... 19.72	.... 38.98
S	= 0.67	... 0.67	.... 0.67
$E.^{u.}$	= 764,400	... 1,114,250	 1,554,000
$F.^{u.\,ch.}$	= 23	... 34	 47
$E.^{u.1lb.co.}$ ...	= 95,550	... 139,280	 194,250
$E.^{u.\,1p.\,e.}$ ...	= 1,140,900	... 1,663,080	 2,319,420
$Q.^{co.pr.1ch.}$ ..	= 0.345	... 0.237	.... 0.170
$Q.^{e.pr.\,1\,ch.}$ ..	= 0.029	... 0.020	.... 0.014
$F.^{u.ch.pr.1lb.co.}$	= 2.90	... 4.22	.... 5.89
$F.^{u.ch.pr.1p.e.}$	= 35	... 50	 70

Si l'on voulait rapporter ces résultats aux mesures ordinaires sur les chemins de fer, c'est-à-dire compter la vitesse en milles par heure pour la

machine, et la charge en tonnes tirées à la même vitesse, il suffirait, d'après ce qui a été dit, de multiplier les vitesses ci-dessus par le facteur

$$\frac{5.9 \times 60}{5280};$$

attendu que, dans les proportions ordinaires, la vitesse de la machine est 5.9 fois celle du piston, qu'un mille contient 5280 pieds et qu'une heure contient 60 minutes. Le résultat de cette multiplication ferait d'abord passer de la vitesse du piston en pieds par minute, à celle de la machine en milles par heure.

Ensuite, pour passer des charges sur le piston, en livres, qui viennent d'être calculées plus haut, aux charges de la machine en tonnes, il faudrait multiplier les charges par le facteur

$$\frac{1}{5.9 \times 7},$$

à cause de la proportion des vitesses, et parce que la traction de 1 tonne exige une force de 7 livres.

Ainsi, les trois cas rapportés plus haut, seraient alors exprimés comme il suit :

Vitesses.	20.11 ..	16.76 ..	11.83	milles par heure.
Charges.	62... ..	108 ..	213	tonnes.

Les autres résultats ne seraient pas changés.

Si l'on veut obtenir les mêmes formules pratiques rapportées aux mesures françaises, il suffit

d'observer qu'alors on a

Frottement de la machine sans sa charge, 0.088 kilogramme par centimètre carré de la surface du piston; ou $f = 880$ kilogrammes par mètre carré.

Frottement additionnel par unité de la résistance, $\frac{1}{7}$ de cette résistance; ou $\delta = 0.14$.

Pression due à la tuyère, 0.0527 kilogramme par centimètre carré, à la vitesse de 45.72 mètres par minute pour le piston; ce qui donne $p' = 11.527$ kilogrammes par mètre carré de la surface du piston.

Résistance de l'air, 14.96 kilogrammes contre la machine, ou 88.28 kilogrammes contre le piston, à la vitesse de 45.72 mètres par minute pour le piston; ce qui donne $g = 0.2897$ kilogramme par mètre carré de la surface du piston.

$n = 0.0001421$.

$q = 0.0000000471$.

En substituant ces valeurs, les formules deviennent:

Formules pratiques pour les locomotives (mesures françaises).

CAS GÉNÉRAL.

$$v = \frac{S}{a} \cdot \frac{10,000}{7.036 + 0.0005638(r+\rho) + 0.0057v + 0.0.0001633v^2}.$$

.... Vitesse du piston, en mètres par minute.

$$ar = 17,737,400\frac{S}{v} - a(12480 + \rho + 10.11v + 0.2897v^2).$$

.... Charge utile du piston, en kilogrammes.

$$S = \frac{av}{10,000}[7.036+0.0005638(r+\rho)+0.0057v+0.0001633v^2].$$

.... Vaporisation effective, en mètres cubes d'eau par minute.

$E.^{u.} = arv$ .... Effet utile, en kilogrammes élevés à 1 mètre par minute.

$F.^{u.ch.} \ldots = \frac{E.^{u.}}{4500}$ .... Force utile, en chevaux.

$E.^{u.\,1\,k.co.} \ldots = \frac{E.^{u.}}{N}$ .... Effet utile de 1 kilog. de combustible, en kilog. élevés à 1 mètre.

$E.^{u.\,1\,m.e.} \ldots = \frac{E.^{u.}}{S}$ .... Effet utile de 1 mètre cube d'eau vaporisé, en kilog. élevés à 1 mètre.

$Q.^{co.pr.\,1\,ch.} \ldots = \frac{4500N}{E.^{u.}}$ .... Quantité de combustible, en kilogram., qui produit la force d'un cheval.

$Q.^{e.pr.\,1\,ch.} \ldots = \frac{4500S}{E.^{u.}}$ .... Quantité d'eau, en mètres cubes, qui produit la force d'un cheval.

$F.^{u.ch.pr.\,1\,k.co.} = \frac{E.^{u.}}{4500N}$ .... Force de chevaux produite par kilogramme de combustible.

$F.^{u.ch.pr.\,1\,m.e.} = \frac{E.^{u.}}{4500S}$ .... Force de chevaux produite par mètre cube d'eau vaporisé.

CAS DU MAXIMUM D'EFFET UTILE.

$$v' = \frac{S}{a} \cdot \frac{10{,}000}{1.492 + 0.00049455P} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

.... Vitesse du piston, en mètres par minute.

$$ar' = a[0.8772P - 9834 - p - 10.110v' - 0.2897v'^2].$$

.... Charge utile du piston, en kilogrammes.

$$S = \frac{av'}{10{,}000}(1.492 + 0.00049455P) \ldots\ldots\ldots$$

.... Vaporisation effective, en mètres cubes d'eau par minute.

$E.^{u.} = ar'v' \ldots\ \ldots..$ Effet utile, en kilogrammes élevés à 1 mètre par minute.

Si l'on vut soumettre au calcul, la même machine, dont nous avons donné plus haut les dimensions, on aura, en mesures françaises :

2 cylindres de 30.5 centimètres de diamètre; ou $a = 0.1458$ mètre carré.

Course du piston, $l = 0.4064$ mètre.

Liberté du cylindre $\frac{1}{20}$ de la course; ou $c = 0.05\ l$.

Roues, 1.524 mètres de diamètre, couplées.

Pression totale dans la chaudière, 4.568 kilogrammes par centimètre carré; ou $P = 45680$ kil. par mètre carré.

Vaporisation effective, 0.01897 mètre cube d'eau par minute.

Consommation de coke dans le même temps, 3.627 kilogrammes.

Résistance occasionée par le transport de la machine elle-même le long des rails, 36.27 kilogrammes à la vitesse de la roue, ou 214 kilogrammes contre le piston; ce qui donne ϱ = 1468 kilogrammes par mètre carré de la surface du piston.

Avec ces données donc les effets de la machine seraient, selon la vitesse du piston, ceux du tableau suivant:

			Maximum d'effet utile.
v	=91.44	76.20	53.75
ar	=1150	2023	3093
$\frac{r}{10,000}$	=0.789	1.388	2.739
S	=0.01897	0.01897	0.01897
$E.^{u.}$	=105,300	154,140	214,620
$F.^{u.ch.}$	=23	34	48
$E.^{u.1k.co.}$	=29,055	42,536	59,223
$E.^{u.1m.e.}$	=5,553,410	8,130,360	11,319,800
$Q.^{co.pr.1ch.}$	=0.1548	0.1056	0.0760
$Q.^{e.pr.1ch.}$	=0.00081	0.00055	0.00040
$F.^{u.ch.pr.1k.co.}$	=6.45	9.45	13.16
$F.^{u.ch.pr.1m.e.}$	=1167	1807	2515

Nous ferons toutefois remarquer que ces effets seront ceux de la machine, pour les données introduites plus haut; mais en forçant le feu, pour augmenter la vaporisation S, ou en augmentant la pression P de la vapeur dans la chaudière, on fera produire à la machine des effets plus considé-

rables ; et au contraire les effets seront moindres si la vaporisation de la chaudière est moindre que 0.67 pied carré par minute, ou s'il se perd une partie de la vapeur par les soupapes de sûreté.

Nous avons choisi à dessein une locomotive et une machine à vapeur stationnaire de mêmes dimensions, afin qu'il soit facile de juger des désavantages qu'éprouvent les locomotives, en raison des circonstances que nous avons mentionnées : la nécessité de se transporter elles-mêmes, la résistance de l'air contre le train, à de grandes vitesses, et la force consommée pour attiser le feu dans un foyer de petites dimensions.

CHAPITRE VI.

MACHINES ROTATIVES, OU A DOUBLE EFFET, DE WATT.

§ 1er. *Formules pratiques propres au calcul de ces machines, et exemple de leur application.*

Dans les machines rotatives, ou à double effet, de Watt, on fait usage de la condensation, mais non de la détente de la vapeur. Celle-ci est formée dans la chaudière, sous une pression qui excède la pression atmosphérique d'environ 1.5 à 3 livres par pouce carré. Elle passe ensuite dans le cylindre, où elle est admise sans interruption pendant toute la durée de la course du piston. Mais quand le piston a terminé sa course descendante, une communication s'ouvre entre le haut du cylindre et le condenseur. La vapeur qui remplissait le cylindre, passe donc aussitôt dans le condenseur, et il ne reste sur la face supérieure du piston qu'une pression très faible, due à la condensation imparfaite de la vapeur. Dans ce moment, la communication de la chaudière au cylindre est intervertie. La vapeur, au lieu de continuer à arriver au-dessus du piston, arrive maintenant au-dessous. Elle repousse donc le piston vers le haut du cylindre; puis elle est condensée à son tour, tandis qu'une nouvelle quantité de vapeur est admise au-dessus du piston, et

ainsi de suite. Le mouvement alternatif ainsi communiqué au piston, se transmet à une manivelle et se change en un mouvement de rotation imprimé aux diverses pièces du mécanisme dont on veut faire usage dans les arts.

Ces machines étant sans détente, les formules qui leur conviennent sont les mêmes que celles des machines stationnaires à haute pression, dont nous nous sommes occupés plus haut, dans le chapitre IV. Seulement la quantité P, qui exprime la pression dans la chaudière, représentera une pression beaucoup moindre, et la quantité p, au lieu d'exprimer la pression atmosphérique, représentera maintenant la pression qui subsiste dans le cylindre, après condensation imparfaite de la vapeur.

Nous ne répéterons donc pas ici ces formules sous leur forme algébrique, mais nous les transformerons dans les formules numériques qui leur correspondent; et pour cela nous rechercherons d'abord la valeur des constantes qui y figurent, afin d'en faire la substitution.

La quantité p représente la pression de condensation sous le piston; mais il est nécessaire de faire ici une observation relative à cette pression. Dans les bonnes machines, bien pourvues d'eau de condensation, à un degré de température qui ne dépasse pas 50 degrés de Fahrenheit ou 15 degrés centigrades, la pression dans le condenseur, prise au moyen du manomètre, est réduite ordinaire-

ment à 1.5 lb par pouce carré; mais il est clair que ce n'est pas là la vraie valeur de p, ou la pression de condensation dans le cylindre à vapeur lui-même et sous le piston. En effet, la condensation de la vapeur n'ayant lieu qu'à mesure que celle-ci passe du cylindre au condenseur, et la vitesse de ce mouvement ne dépendant que de la différence de pression entre la vapeur non condensée qui reste dans le cylindre et le vide imparfait du condenseur, il s'ensuit que ce n'est que *graduellement* qu'il peut s'établir un équilibre de pression entre le cylindre vidant et le condenseur. Donc la moyenne pression de condensation sous le piston, durant la course, doit être supérieure à celle du condenseur. Des expériences directes à ce sujet, faites avec l'*indicateur de la pression* de Watt, prouvent que dans les vitesses ordinaires et avec les dimensions des passages adoptées, la pression moyenne sous le piston est ordinairement de 2.5 lbs par pouce carré plus élevée qne celle du condenseur. Cette dernière étant donc de 1.5 lb, on voit que la valeur de p sera généralement

$$p = 4 \times 144 \text{ lbs};$$

mais du reste on devra la mesurer chaque fois.

Quant au frottement de ces machines, on a acquis dans la pratique quelques idées assez précises à ce sujet. C'est une donnée admise parmi les praticiens, et fondée sur un grand nombre d'essais faits sur les machines de Watt, que leur

frottement, quand elles travaillent sous une charge modérée, varie de 2.5 lbs par pouce carré du piston, pour les machines les plus petites et les moins soignées; à 1.5 lb pour les plus grandes et les mieux faites; ce qui comprend le frottement des diverses parties de la machine, et la force nécessaire pour mouvoir les pompes de décharge, d'alimentation, etc.

On entend par charge modérée dans ces machines, une charge d'environ 8 livres par pouce carré du piston; et d'après nos expériences sur les locomotives, on a lieu de penser que le frottement *additionnel* créé dans la machine, en raison de cette charge, serait de $\frac{1}{7}$ de la charge, ou 1 livre par pouce carré. La donnée ci-dessus revient donc à établir que les machines de Watt, quand elles marchent sans charge, ont un frottement de 1.5 lbs à 0.5 lb, par pouce carré, selon leurs dimensions; savoir : 1.5 lb pour les plus petites, ou celles dites de la force de 10 chevaux, ayant un cylindre de 17.5 pouces de diamètre, et 0.5 lb pour celles dites de 100 chevaux de force, ou ayant un cylindre de 48.5 pouces de diamètre. C'est donc 1 lb pour les machines de moyenne force. Ce résultat s'accordant avec celui que nous avons déduit de nos recherches sur les locomotives, on peut admettre, pour des machines de moyennes dimensions de ce système, les données précédemment indiquées. Mais on doit se rappeler que ces données ne servent qu'à dé-

faut d'expériences spéciales et circonstanciées à ce sujet.

Dans une machine de moyennes dimensions de ce système, on peut donc prendre

$$f = 1 \times 144 \quad , \quad \delta = 0.14.$$

En outre la machine étant à condensation, on a

$$n = 0.00004227$$
$$q = 0.000000258.$$

Enfin, dans ces machines, on fait ordinairement la liberté du cylindre égale à $\frac{1}{20}$ de la course, ce donne

$$c = 0.05l.$$

En substituant celles de ces valeurs qui sont constantes, dans les formules algébriques, on trouve les formules numériques suivantes:

Formules pratiques pour les machines rotatives ou à double effet de Watt (mesures anglaises).

CAS GÉNÉRAL.

$$v = \frac{S}{a} \cdot \frac{10,000}{0.4438 + 0.00271[(1+\delta)r + p + f]} \cdots\cdots$$

.... Vitesse du piston, en pieds par minute.

$$ar = 3,691,400 \frac{S}{(1+\delta)v} - \frac{a}{1+\delta}(164 + p + f) \ldots$$

.... Charge utile du piston, en livres.

$$S = \frac{av}{10,000}\{0.4438 + 0.00271[(1+\delta)r + p + f]\}.$$

.... Vaporisation effective, en pieds cubes d'eau par minute.

$E.^{u.} = arv$.......... Effet utile, en livres élevées à 1 pied par minute.

$F.^{u.ch.}$..... $= \frac{E.^{u.}}{33000}$ .... Force utile, en chevaux.

$E.^{u.\,1\,lb.co.}$.. $= \frac{E.^{u.}}{N}$ .... Effet utile de 1 livre de combustib., en livres élevées à 1 pied.

$E.^{u.\,1\,p.e.}$ .. $= \frac{E.^{u.}}{S}$ .... Effet utile de 1 pied cube d'eau, en livres élevées à 1 pied.

$Q.^{co.pr.\,1\,ch.}$.. $= \frac{33000N}{E.^{u.}}$ .... Quantité de combustible, en livres, qui produit la force d'un cheval.

$Q.^{e.pr.\,1\,ch.}$.. $= \frac{33000S}{E.^{u.}}$ .... Quantité d'eau, en pieds cubes, qui produit la force d'un cheval.

$F.^{u\,ch.pr.\,1\,lb.co.} = \frac{E.^{u.}}{33000N}$ .... Force de chevaux produite par livre de combustible.

$F.^{u.ch.pr\,1\,p.e.} = \frac{E.^{u.}}{33000S}$ .... Force de chevaux produite par pied cube d'eau vaporisé.

CAS DU MAXIMUM D'EFFET UTILE.

$$v' = \frac{S}{a} \cdot \frac{10,000}{0.4438 + 0.00271 P}$$ .... Vitesse du piston, en pieds par minute.

$$ar' = \frac{a}{1+\delta}(P - p - f)$$ Charge utile du piston, en livres.

$$S = \frac{av'}{10,000}(0.4438 + 0.00271 P)$$ .... Vaporisation effective, en pieds cubes d'eau par minute.

$$E.^{u.max.} = ar'v'$$ .... Effet utile maximum, en livres élevées à 1 pied par minute.

Pour montrer une application de ces formules, nous allons soumettre au calcul une machine construite par Watt aux moulins à blé, appelés *Albion-mills*, à Londres, et mise en expérience peu après sa construction par Watt lui-même. Cette machine avait les dimensions suivantes :

Diamètre du cylindre, 34 pouces ; ou $a = 6.287$ pieds carrés.

Course du piston, 8 pieds ; ou $l = 8$ pieds.

Liberté du cylindre, $\frac{1}{20}$ de la course ; ou $c = 0.05l$.

Pression dans la chaudière, 16.5 livres par pouce carré ; ou $P = 16.5 \times 144$ lbs par pied carré.

Vaporisation effective, 0.927 pied cube d'eau par minute ; ou $S = 0.927$.

Consommation de houille dans le même temps, 6.71 lbs; ou N = 6.71 lbs.

La machine avait été construite pour travailler à la vitesse de 256 pieds par minute, qui était considérée comme sa vitesse normale; mais lorsqu'elle fut mise en expérience par Watt, accompagné de sir J. Rennie, elle prit, en faisant son ouvrage régulier, qui était évalué à 50 chevaux, la vitesse de 286 pieds par minute pour le piston, en consommant par minute la quantité d'eau et de charbon que nous venons de rapporter.

Si l'on cherche les effets que devait produire cette machine à sa vitesse de maximum d'effet, puis à celles de 256 et 286 pieds par minute, on trouve :

			Maximum d'effet utile.
v	= 286	... 256	... 214
ar	= 5,621	... 6,850	... 9,133
$\frac{r}{144}$	= 6.21	... 7.57	... 10.09
S	= 0.927	... 0.927	... 0.927
$E^{u.}$	= 1,607,610	... 1,753,600	... 1,957,180
$F^{u.ch.}$	= 49	... 53	... 59
$E^{u.\,1\,lb.co.}$	= 239,585	... 261,340	... 291,680
$E^{u.\,1\,p.e.}$	= 1,734,200	... 1,891,700	... 2,111,300
$Q^{co.pr.\,1\,ch.}$	= 0.138	... 0.126	... 0.113
$Q^{e.pr.\,1\,ch.}$	= 0.019	... 0.017	... 0.016
$F^{u.ch.pr.1lb.co.}$	= 7.26	... 7.92	... 8.84
$F^{u.ch.pr.1p.e.}$	= 53	... 57	... 64

Tels sont les effets qu'on pouvait attendre de

cette machine; et par conséquent on voit qu'en exécutant un travail évalué à 50 chevaux, elle devait effectivement prendre la vitesse qu'elle a prise, c'est-à-dire celle de 286 pieds par minute.

Pour exprimer ces mêmes formules numériques en mesures françaises, il faut employer pour les constantes les valeurs suivantes:

Frottement de la machine sans sa charge, 0.070 kilogrammes par centimètre carré de la surface du piston; ou $f = 700$ kilogrammes par mètre carré de la surface du piston.

Frottement additionnel de la machine par unité de la résistance, $\frac{1}{7}$ de cette résistance; ou $\delta = 0.14$.

Pression de condensation dans le cylindre à vapeur, 0.281 kilogramme par centimètre carré; ou $p = 2810$ kilogrammes par mètre carré.

Liberté du cylindre, $\frac{1}{20}$ de la course; ou $c = 0.05l$

$$n = 0.00004227$$
$$q = 0.0000000529$$

En faisant donc les substitutions convenables, les équations numériques propres au calcul de ces machines deviennent:

Formules pratiques pour les machines rotatives, ou à double effet, de Watt (mesures françaises).

CAS GÉNÉRAL.

$$v = \frac{S}{a} \cdot \frac{10,000}{0.4438 + 0.000555[(1+\delta)r + p + f]} \cdots$$

.... Vitesse du piston, en mètres par minute.

$$ar = 18{,}003{,}300\,\frac{S}{(1+\delta)v} - \frac{a}{1+\delta}(799+p+f)\,..$$

.... Charge utile du piston, en kilogrammes.

$$S = \frac{av}{10{,}000}(0.4438+0.000555[(1+\delta)r+p+f]).$$

Vaporisation effective, en mètres cubes d'eau par minute.

$E.^{u.} = arv$ .... Effet utile, en kilogrammes élevés à 1 mètre par minute.

$F.^{u\,ch.}\ldots\ldots = \frac{E.^{u.}}{4500}$ .... Force utile, en chevaux.

$E.^{u.\,1\,k.co.}\ldots = \frac{E.^{u.}}{N}$ .... Effet utile de 1 kilogramme de combustible, en kilog. élevés à 1 mètre.

$E.^{u.\,1\,m.e.}\ldots = \frac{E.^{u.}}{S}$ .... Effet utile de 1 mètre cube d'eau, en kilogrammes élevés à 1 mètre.

$Q.^{co.pr.\,1\,ch.}\ldots = \frac{4500N}{E.^{u.}}$ .... Quantité de combustible, en kilog., qui produit la force d'un cheval.

$Q.^{e.pr.\,1\,ch.}\ldots = \frac{4500S}{E.^{u.}}$ .... Quantité d'eau, en mètres cubes, qui produit la force d'un cheval.

$F.^{u.ch.pr.\,1\,k.co} = \frac{E.^{u.}}{4500N}$ .... Force de chevaux produite par kilogramme de combustible.

$F^{u.ch.pr.1\,m.c.} = \dfrac{E.^{u.}}{4500S}$ .... Force de chevaux produite par mètre cube d'eau vaporisé.

CAS DU MAXIMUM D'EFFET UTILE.

$v' = \dfrac{S}{a} \cdot \dfrac{10{,}000}{0.4438 + 0.000555P}$ ....,

.... Vitesse du piston, en mètres par minute.

$ar'. = \dfrac{a}{1+\delta}(P - p - f)$. Charge utile du piston, en kilogrammes.

$S = \dfrac{av'}{10{,}000}(0.4438 + 0.000555P)$............

.... Vaporisation effective, en mètres cubes d'eau par minute.

$E.^{u.max.} = ar'v'$......... Effet utile maximum, en kilogrammes élevés à 1 mètre par minute.

Si l'on applique ces formules au calcul de la même machine, dont nous avons donné plus haut les dimensions, on aura d'abord :

Diamètre du cylindre, 86.359 centimètres; ou $a = 0.584$ mètre carré.

Course du piston, $l = 2.438$ mètres.

Liberté du cylindre, $\frac{1}{20}$ de la course; ou $c = 0.05\,l$.

Pression dans la chaudière, 1.160 kilogrammes par centimètre carré; ou P = 11600 kilogrammes par mètre carré.

Vaporisation effective, 0.02634 mètre cube d'eau par minute.

Consommation de houille dans le même temps, 3.042 kilogrammes.

Et en introduisant ces données dans les formules, on trouvera pour les effets de la machine, aux différentes vitesses indiquées :

			Maximum d'effet utile.
v	= 87.17	... 78 03	... 65.52
ar	= 2,562	... 3,124	... 4,144
$\frac{r}{10,000}$ ...	= 0.429	... 0.523	... 0.694
S........	= 0.02634	... 0.02634	... 0.02634
$E.^{u.}$	= 223,380	... 243,660	... 271,440
$F.^{u.ch.}$	= 50	... 54	... 60
$E.^{u.1k.co.}$.	= 73,435	... 80,102	... 89,220
$E.^{u.1m.e.}$.	= 8,479,900	... 9,251,100	... 10,304,100
$Q.^{co.pr.1ch.}$.	= 0.0612	... 0.0564	... 0.0504
$Q.^{e.pr.1ch.}$.	= 0.00053	... 0.00049	... 0.00044
$F.^{u.ch.pr.1k.co.}$	= 12.98	... 17.80	... 19.83
$F.^{u.ch.pr.1m.e}$	= 1884	... 2056	... 2290

§ 2. *Considérations sur l'application du mode ordinaire de calcul, aux machines de Watt.*

On voit d'après les calculs que nous venons de présenter, et les formules qui précèdent, que nous admettons fort bien qu'une machine de Watt puisse travailler à pleine pression de la vapeur dans le cylindre, c'est-à-dire à une pression dans le cylindre, sensiblement égale à celle de la chaudière, puisque

le cas de maximum d'effet ici mentionné n'est pas autre chose. Mais nous avons prouvé que cet effet ne se produira pas à toutes les vitesses, comme l'exige le calcul ordinairement appliqué à la machine à vapeur. Il ne se produira qu'à une vitesse unique, celle du maximum d'effet, et celle-ci variera dans chaque machine, de sorte qu'il sera nécessaire de la calculer séparément pour chacune d'elles.

Quelques personnes pensent que les machines à vapeur stationnaires, et celles de Watt en particulier, n'ayant jamais qu'une vitesse fort modérée, et ayant en outre, disent-elles, des passages très larges pour la circulation de la vapeur, doivent nécessairement travailler toujours à pleine pression dans le cylindre; et elles en concluent que, quelque vraie que puisse être la théorie que nous avons exposée, elle n'est cependant pas nécessaire pour calculer les effets de ces machines, parce que les suppositions du calcul ordinaire s'y trouveraient réalisées. Mais, outre que les passages de la vapeur sont bien plus étroits dans les machines de Watt que dans les locomotives, puisqu'ils n'y sont que de $\frac{1}{25}$, au lieu de $\frac{1}{10}$ de l'aire du cylindre, il est bien facile de se convaincre que les machines de Watt, tout aussi bien que celles que nous avons traitées déjà, peuvent travailler à des pressions souvent fort réduites dans le cylindre, ce qui met en défaut tous les calculs et les suppositions de la théorie ordinaire

Sans revenir à la démonstration générale de ce fait, qui résulte des principes que nous avons exposés, on en peut trouver la preuve dans trois circonstances bien constatées : 1° l'*indicateur* de Watt, appliqué au cylindre de plusieurs de ses machines, dans l'instant qu'elles fonctionnaient à leur vitesse habituelle et dans leur état régulier, a fait reconnaître que la pression dans le cylindre était de plusieurs livres par pouce carré au-dessous de celle de la chaudière. Donc, malgré les motifs allégués, il n'y a point égalité entre les deux pressions; 2° la pratique a démontré à Watt que dans ses machines, chaque pouce cube d'eau vaporisé produit un pied cube de vapeur d'un degré d'élasticité suffisant pour effectuer le mouvement. C'est une donnée pratique qu'il a consignée dans ses notes à l'article de l'*Encyclopédie* de Robison, sur la machine à vapeur. D'après cette observation, la vapeur se dépense donc dans le cylindre sous un volume égal à 1728 fois celui de l'eau.

Mais cette vapeur se forme dans la chaudière à la pression de 16.5 lbs par pouce carré, qui ne donne que 1530 fois le volume de l'eau. Donc il faut qu'en passant dans le cylindre, le volume de la vapeur devienne 1728 au lieu de 1530; c'est-à-dire que la vapeur subisse une diminution de pression et en même temps une augmentation de volume considérable. 3°. Il est connu que les machines de Watt, mises en expérience, peuvent produire environ moitié en sus de leur force no-

minale, sans qu'il soit fait aucun changement à la machine. Donc, dans leur travail journalier, elles ne travaillent pas à pleine pression, car sans cela il ne serait pas possible de leur faire exécuter davantage.

Ainsi l'on voit que ces machines travaillent habituellement à *pression réduite*, tout aussi bien que celles dont nous avons parlé. Du reste, nous ne donnons pas cette observation comme nouvelle en elle-même. Une diminution de pression dans le cylindre et même une augmentation de volume de la vapeur, avaient déjà été constatées dans ces machines; mais cette observation, au lieu de conduire à la théorie de la machine à vapeur telle que nous l'avons exposée, n'était qu'un fait matériel dont on se servait pour expliquer le *coefficient* que nous repoussons.

Quant à ce coefficient lui-même, ce serait à tort qu'on penserait que, malgré son inexactitude en principe, il pourrait néanmoins s'employer sans erreur dans la pratique, pour calculer les machines de Watt; à cause que ces machines n'éprouvant, dit-on, que des variations très peu considérables dans leur vitesse, l'application d'un coefficient *constant* leur conviendrait dans tous les cas. C'est là nécessairement une erreur; car la moindre vitesse du piston, dans ces machines, étant de 150 pieds par minute, et sa plus grande vitesse de 300 pieds par minute, on remarquera que ce sont précisément aussi les vitesses du piston dans une

locomotive qui parcourt de 10 à 20 milles par heure, comme on peut le reconnaître dans l'exemple d'*Atlas* que nous avons traité dans le chapitre V de cet ouvrage. Par conséquent il doit toujours y avoir entre les charges correspondantes à ces vitesses extrêmes, ou, si l'on veut, entre les effets utiles produits par les machines stationnaires, des différences analogues à celles qu'on observe pour les vitesses semblables des locomotives. C'est d'ailleurs ce que le calcul que nous avons fait plus haut, met complétement à découvert.

En effet, si l'on se reporte aux effets utiles que nous avons obtenus pour les vitesses respectives de 286, 256 et 214 pieds anglais par minute, et qu'on cherche à les représenter par un coefficient appliqué à ce qu'on appelle l'effet *théorique*, on trouvera les résultats suivants:

Vitesse.			Coefficient.
286...	Effet théorique....	3,236,500	... 0.50
	— réel.........	1,607,610	
256...	Effet théorique....	2,897,000	... 0.61
	— réel.........	1,753,600	
214...	Effet théorique....	2,013,300	... 0.81
	— réel.........	1,957,180	

Ainsi, pour ces machines aussi bien que pour celles traitées précédemment, un coefficient constant quelconque ne saurait tenir lieu du calcul

analytique que nous introduisons à sa place. Et en observant la variation considérable éprouvée par le coefficient, pour la différence fort ordinaire qui existe entre les vitesses 286, 256 et 214 pieds par minute, pour lesquelles ce coefficient prend successivement les trois valeurs données ci-dessus, on doit être bien convaincu de la déception du mode de calcul par coefficients; car, pour peu que la vitesse de la machine à laquelle on applique le calcul, diffère de la vitesse à laquelle le coefficient a été originairement déterminé, ce qu'on ignore entièrement, on ne peut en aucune manière compter sur l'effet indiqué par ce coefficient.

On voit ainsi que les machines de Watt ne font nullement exception à la règle générale sous ce rapport; et l'on peut observer encore que l'expérience de Watt, rapportée plus haut, donnerait lieu, dans la théorie ordinaire, précisément aux mêmes contradictions et aux mêmes inexactitudes que les expériences que nous avons discutées dans le chapitre Ier, sur les locomotives.

En effet, dans cette expérience, la machine en vaporisant 0.927 pied cube d'eau par minute, et en exerçant une force de 50 chevaux, prit une vitesse de 286 pieds par minute.

Nous trouvons alors que, puisque la machine n'avait qu'un effet utile de 50 chevaux, et que sa force *théorique*, calculée suivant cette méthode, d'après l'aire du cylindre, la pression effective de la vapeur dans la chaudière et la vitesse du piston,

était,

$$\frac{6.287 \times (16.5-4) \times 144 \times 286}{33000} = 98 \text{ chevaux},$$

il en résultait que, pour passer des effets théoriques aux effets pratiques, il fallait employer le coefficient 0.51. Par conséquent, en suivant les raisonnements de cette théorie, on en devait tirer les conclusions suivantes :

1°. La vitesse observée ayant été de 286 pieds par minute, la vaporisation calculée sur la quantité d'eau qui, réduite en vapeur à la pression de la chaudière, pouvait occuper le volume décrit par le piston, et divisé ensuite, comme on le fait, par le coefficient, pour tenir compte des pertes, aurait dû être

$$\frac{\frac{1}{1530} \times 6.287 \times 286}{0.51} = 2.305 \text{ pieds cubes d'eau par minute, au lieu de } 0.927.$$

2°. La machine n'ayant vaporisé que 0.927 pied cube d'eau par minute, la vitesse du piston calculée sur le volume de vapeur formée à la pression de la chaudière, et réduite ensuite par le coefficient, non pas comme cela a été fait, puisque ce problème n'était pas résolu, mais comme on doit naturellement le conclure de la signification attribuée à ce coefficient, ne pouvait être que

$$\frac{1530 \times 0.927}{6.287} \times 0.51 = 115 \text{ pieds par minute, au lieu de } 286.$$

3°. Le coefficient trouvé par la comparaison des effets théoriques aux effets pratiques étant de 0.51, les frottements, pertes et résistances diverses de la machine, devaient se monter à 0.49 de la puissance effective; tandis que ces frottements, pertes et résistances consistant uniquement dans le frottement de la machine et la liberté du cylindre, ne pouvaient être évalués qu'au taux suivant:

Frottement total, (celui additionnel compris) 2 lbs par pouce carré, ou, en fraction de la pression effective, $\frac{2}{12}$	0.17
Liberté du cylindre, $\frac{1}{20}$ de la course effective, ou..................................	0.05
	0.22

On voit par là que l'expérience de Watt, aussi bien que celles des locomotives, que nous avons examinées déjà, seraient tout-à-fait inexplicables dans cette théorie, et il en sera de même de toute expérience dans laquelle on notera la quantité d'eau vaporisée.

Avant de quitter cet exemple, nous devons rappeler que quelques auteurs emploient aussi des coefficients *constants*, mais sans conserver le même pour déterminer la vaporisation que pour déterminer l'effet utile. Ce mode de calculer est provenu de ce que ces auteurs ont reconnu par expérience que la vapeur acquiert dans le cylindre une pression et une densité moindres que dans la chaudière. Mais, comme ils n'ont pu fixer *à*

priori quelle était cette pression dans le cylindre, et qu'ils cherchent toujours à la déduire de celle de la chaudière, au lieu de la conclure directement et en principe, comme nous le faisons, de la résistance sur le piston, la diminution de pression observée ne pouvait être définie dans les limites, et elle restait simplement un fait pratique dont ils se prévalaient pour expliquer leur *coefficient*. Le changement de coefficient qu'ils emploient fait éviter la première et la deuxième des contradictions que nous venons de signaler; mais la troisième, ainsi que toutes les objections que nous avons développées ailleurs contre l'emploi de tout coefficient constant, restent dans leur entier. C'est-à-dire que dans cette méthode, on calcule toujours la force de la machine indépendamment de la force de vaporisation de la chaudière, et la vaporisation indépendamment de la résistance à mouvoir; qu'on trouve toujours l'effort dont est capable la machine, le même à toutes les vitesses; qu'on ne peut tenir aucun compte de l'ouverture du régulateur, à moins d'introduire pour cet objet une nouvelle série de coefficients, ainsi que pour tous les changements de vitesse. En un mot, c'est la méthode que nous avons appliquée dans le chapitre premier aux expériences de la machine locomotive Leeds, et par conséquent elle est directement soumise à toutes les objections que nous avons faites alors.

Pour revenir aux résultats de nos formules, il

est bien entendu que les effets que nous venons d'indiquer pour les machines, ne se produiront qu'autant que les conditions introduites dans le calcul s'y trouveront remplies. Mais comme il est fréquent de voir varier plusieurs circonstances importantes, auxquelles on néglige souvent de faire attention, nous devons ajouter ici : 1° que tout l'effet produit dépendant directement et absolument de la vaporisation effectuée, il est tout-à-fait impossible de connaître la force ou d'évaluer les effets d'une machine donnée, sans avoir mesuré ou estimé d'abord sa vaporisation; 2° que la pression dans la chaudière doit être, pour chaque cas, observée au manomètre, ainsi que celle du condenseur, parce qu'un changement dans la pression de la chaudière est une circonstance qui se présente continuellement, et qu'il est clair que, si la machine travaille à une plus forte pression, certains effets produits changeront en conséquence. 3° A l'égard surtout des effets dus à la combustion d'un poids donné de combustible, nous dirons que rien n'est plus incertain. Les expériences de Smeaton ont démontré que les diverses qualités de houille en usage en Angleterre, peuvent produire des effets variant dans diverses proportions entre les nombres 86 et 133. En outre, il a trouvé que la houille à l'état de déchet, comme on l'emploie souvent dans quelques mines, comparée à la houille de même qualité en morceaux de la grosseur d'un œuf, produit des effets dans la proportion de 80

à 100; et enfin que si le feu est mal conduit, chargé en couches trop épaisses et remué rarement, les effets pourront n'être que les $\frac{5}{6}$ de ce qu'ils seraient avec un feu clair et bien mené. Ainsi l'on voit que toutes ces causes ensemble peuvent produire, des moins favorables aux plus avantageuses circonstances, une différence d'effet dans les proportions de

$$\frac{80}{100} \times \frac{5}{6} \times \frac{86}{133} = \frac{43}{100};$$

c'est-à-dire qu'il peut y avoir de l'un à l'autre, une différence de plus de moitié.

D'ailleurs il est clair encore que l'effet dû à un poids donné de combustible, dépendra également de la construction plus ou moins judicieuse de la chaudière, ainsi que des encroûtements qui pourront s'y être produits pendant le travail. Il est donc impossible, par ces diverses raisons, de baser une comparaison mathématique de l'effet des machines, sur la quantité de combustible qu'on rapporte avoir été consommée par elles pour produire un effet donné. Ce renseignement devrait évidemment être accompagné de beaucoup d'autres pour être décisif.

Par exemple, dans l'expérience de Watt, que nous venons de mentionner, la consommation de combustible avait été à raison de 7.24 lbs de houille par pied cube d'eau vaporisé; tandis que d'après les observations moyennes de Watt lui-même,

cette vaporisation ne se produit pas en général, à moins d'une consommation de 8.4 lbs de houille de première qualité. Si donc, dans l'exemple dont il s'agit, les données ordinaires n'avaient pas été dépassées, la vaporisation de 0.927 pied cube d'eau par minute, aurait exigé une consommation de 7.79 lbs de houille; et ainsi l'effet obtenu par livre de combustible n'aurait plus été, dans le cas du maximum d'effet, que

$$E.^{u.\,1\,lb.\,co.} = \frac{E.^{u.\,max.}}{7.79} = \frac{1,957,180}{7.79} = 251,240 \text{ lbs};$$

résultat qui, comme l'on voit, est très inférieur à celui que l'on déduit de l'expérience elle-même.

CHAPITRE VII.

MACHINES DE CORNOUAILLES A DOUBLE EFFET.

FORMULES PRATIQUES POUR LE CALCUL DE CES MACHINES.

On emploie dans le comté de Cornouailles, en Angleterre, des machines à double ou simple effet. Les secondes sont une modification des machines de Watt à simple effet, dont nous ne parlerons point en ce moment. Nous ne nous occuperons que des premières.

Les machines de Cornouailles à double effet, sont les machines rotatives, ou à double effet de Watt, à condensation, employées avec une plus haute pression dans la chaudière, c'est-à-dire avec une pression totale d'environ 3.5 amosphères, et disposées pour y faire usage de la détente de la vapeur, force dont Watt n'a tiré parti que dans ses machines à simple effet. Ces machines n'ayant qu'un seul cylindre, qui sert en même temps à l'admission directe et à l'expansion ou détente de la vapeur, ne sont autre chose que celles que nous avons traitées dans le chapitre III, quand nous y avons développé les formules générales de l'action de la vapeur sur un piston, par impulsion directe, détente et condensation. Nous ne reproduirons donc pas ici ces

formules sous leur forme algébrique, mais nous les remplacerons par les formules numériques qui leur correspondent; et pour cela, il faut d'abord donner une évaluation des constantes qui y figurent.

Comme on l'a dit précédemment, le frottement des machines de Watt peut être évalué à 1.5 livre par pouce carré de la surface du piston, quand le piston a les moindres dimensions en usage dans ces machines, c'est-à-dire environ 17 ½ pouces de diamètre; et à 0.5 livre par pouce carré, quand au contraire le piston a un diamètre s'élevant jusqu'à 48 ½ pouces environ. C'est pourquoi nous avons considéré 1 livre par pouce carré, comme représentant, avec une approximation suffisante pour la pratique, le frottement des machines de Watt de moyennes dimensions. Les machines de Cornouailles n'étant, comme nous l'avons dit, qu'une modification de celles de Watt, on peut, du moins jusqu'à des expériences spéciales à ce sujet, évaluer leur frottement d'après la même règle; seulement, comme dans ces machines l'emploi de la détente exige, pour le cylindre, une capacité beaucoup plus considérable, il se trouve qu'un diamètre de 48 pouces, au lieu d'être une grandeur extrême pour le piston, n'est plus au contraire qu'une grandeur moyenne. Par conséquent, le frottement qui convient aux dimensions moyennes de ces machines, peut être évalué à 0.5 lb par pouce carré de la surface du piston; ce qui

donne, par pied carré,

$$f = 0.5 \times 144^{\text{lbs.}}$$

Nous ne comprenons toutefois dans cette évaluation, que le frottement propre à la machine elle-même, et non celui des tiges de renvoi et des autres pièces de mécanisme plus ou moins compliquées, qui peuvent servir ensuite à transmettre le mouvement à des points souvent très éloignés. Le frottement ou la résistance de ces différentes pièces de renvoi, quand elles existent, doit être estimé séparément selon les circonstances de leur construction, et déduit ensuite du résultat que nous obtenons pour l'effet utile, lequel ne représente, dans nos calculs, que la quantité de travail disponible sur l'arbre même du volant.

De plus, ici comme dans les machines de Watt, nous pouvons estimer le frottement additionnel causé par une résistance donnée, à $\frac{1}{7}$ de cette résistance, ou faire

$$\delta = 0.14;$$

et admettre que la pression subsistant dans le cylindre à vapeur, après sa mise en communication avec le condenseur, sera encore d'environ 4 livres par pouce carré, c'est-à-dire qu'on aura

$$p = 4 \times 144^{\text{lbs}}.$$

Ainsi, d'après ce qui précède, nous pourrions remplacer, dans les équations algébriques, le

terme $(p+f)$ par sa valeur moyenne

$$4.5 \times 144.$$

Mais comme nous n'avons qu'une valeur estimative du frottement, que cette valeur doit être prise différente selon les dimensions du cylindre; et que d'ailleurs la pression de condensation p varie aussi selon la construction de la machine, ainsi que selon la quantité et la température de l'eau de condensation, nous préférons laisser subsister dans les équations le terme $(p+f)$, pour qu'on puisse lui donner la valeur qui conviendra à chaque cas.

Quant aux coefficients du volume relatif de la vapeur, comme la machine est à condensation, ils devront avoir les valeurs déjà données, savoir, pour les mesures anglaises :

$$n = 0.00004227,$$
$$q = 0.000000258.$$

Enfin, le mouvement du piston étant réglé par une manivelle, la liberté du cylindre est encore moyennement de $\frac{1}{20}$ de la course, comme dans toutes les machines rotatives, ce qui donne

$$c = 0.05l.$$

En admettant donc ces évaluations, et faisant les substitutions convenables dans les formules algébriques déjà exposées, on aura les résultats suivants, dans lesquels la valeur de k est :

$$k = \frac{l'}{l'+c} + \log \frac{l+c}{l'+c}.$$

Formules pratiques pour les machines de Cornouailles à double effet (mesures anglaises).

Cas d'une charge ou d'une vitesse quelconques, avec une détente donnée.

$$v = \frac{S}{a} \cdot \frac{10{,}000k}{0.4227+0.00258(1+\delta)r+0.00258(p+f)}.$$

.... Vitesse du piston, en pieds par minute.

$$ar = 3{,}875{,}970\frac{kS}{(1+\delta)v} - \frac{a}{1+\delta}(163.84+p+f).$$

.... Charge utile du piston, en livres.

$$S = \frac{av}{10000k}[0.4227+0.00258(1+\delta)r+0.00258(p+f)].$$

.... Vaporisat. effective, en pieds cubes d'eau par minute.

$E.^{u.}\ldots = arv$ .... Effet utile, en livres élev. à un pied par minute.

$F.^{u\,ch.}\ldots = \frac{E.^{u.}}{33000}$ .... Force utile, en chevaux.

$E.^{u.\,1\,lb.\,co.} = \frac{E.^{u.}}{N}$ .... Effet utile de 1 lb. de combustible, en livres élevées à un pied.

$E.^{u.\,1\,p.\,c.} = \frac{F.^{u.}}{S}$ .... Effet utile de 1 pied cube d'eau, en livres élevées à un pied.

$Q.^{co\,pr.\,1\,ch.}\ldots = \frac{33000N}{E.^{u.}}$ .... Quantité de combustí., en livres, qui produit la force d'un cheval.

$Q.^{e.pr.1ch.} = \dfrac{33000S}{E.^{u.}}$ .... Quantité d'eau, en pieds cubes, qui produit la force d'un cheval.

$F.^{u\,ch.pr.1lb.co.} = \dfrac{E.^{u.}}{33000N}$ .... Force de chevaux produite par livre de combustible.

$F.^{u.ch.pr.1p.c.} = \dfrac{E.^{u.}}{33000S}$ .... Force de chevaux produite par pied cube d'eau vaporisé.

Cas du maximum d'effet utile, avec une détente donnée.

$$v' = \frac{l}{l'+c} \cdot \frac{S}{a} \cdot \frac{10{,}000}{0.4227 + 0.00258P} \ldots\ldots\ldots\ldots$$

.... Vitesse du piston, en pieds par minute.

$$ar' = \frac{a}{1+\delta} \cdot \frac{l'+c}{l} k(163.84+P) - \frac{a}{1+\delta}(163.84+p+f).$$

.... Charge utile du piston, en livres.

$$S = \frac{l'+c}{l} \cdot \frac{av'}{10{,}000}(0.4227+0.00258P) \ldots\ldots$$

.... Vaporisation effective, en pieds cubes d'eau par minute.

$E.^{u.max.} = ar'v'$ .... Effet utile, en livres élevées à un pied par minute.

Cas du maximum absolu d'effet utile.

$\dfrac{l'}{l} = \dfrac{164+(p+f)}{164+P}$. Détente qui produit le maximum absolu d'effet utile.

Pour faire usage de ces formules, la première chose à faire est de déterminer la quantité k; mais comme on connaît la détente à laquelle travaille la machine, ou pour mieux dire, le point de la course où commence la détente, savoir, le rapport

$$\frac{l'}{l},$$

on en conclura immédiatement, au moyen de la table donnée dans le chapitre III, article I[er], la valeur correspondante de k, ainsi que celle de la fraction

$$\frac{l}{l'+c}.$$

Si l'on n'a pas sous les yeux la table dont il vient d'être question, on cherchera directement la valeur du terme

$$\frac{l}{l'+c};$$

puis, pour obtenir le terme

$$\log\frac{l+c}{l'+c},$$

qui est un logarithme hyperbolique, on cherchera dans les tables communes le logarithme ordinaire de

$$\frac{l+c}{l'+c},$$

et ce logarithme étant multiplié par le nombre

$$2.302585,$$

fera connaître le logarithme hyperbolique cherché. On obtiendra donc, comme auparavant, la valeur de k, et dès que cette valeur sera connue, les diverses formules n'offriront plus de difficulté, puisqu'elles ne contiennent que des termes au premier degré.

Nous avons dit que les machines de Cornouailles travaillent en général à la pression totale de 50 livres par pouce carré dans la chaudière. Nous avons vu également que leur frottement moyen peut être évalué à 0.5 lb par pouce carré de la surface du piston, et la pression de condensation sous le piston à 4 livres par pouce carré. D'autre part, la table du chapitre III montre que le volume relatif de la vapeur sous la pression de 4.5 livres par pouce carré, est à très peu près 5160 fois celui de l'eau; et que sous la pression de 50 livres par pouce carré, ce volume relatif est représenté par le nombre 552. On voit donc, en se rappelant d'ailleurs que la formule de la détente du maximum absolu d'effet utile exprime le rapport des volumes relatifs de la vapeur sous les pressions respectives P et $(p+f)$, que dans les machines de Cornouailles le maximum absolu d'effet utile sera donné en général par l'équation

$$\frac{l'}{l} = \frac{552}{5150} = 0.11.$$

Cependant on remarquera que si la machine ne condense pas aussi parfaitement, ou si son frottement est un peu plus considérable que nous ne l'avons supposé, la fraction précédente tendra à subir quelque augmentation. D'un autre côté, si la pression de la chaudière est plus élevée que 50 livres par pouce carré, la fraction tendra au contraire à diminuer. Ainsi, dans quelques-unes de ces machines, il pourra arriver que le maximum d'effet utile soit produit en arrêtant la vapeur après que le piston aura parcouru 0.11 ou 0.12 de sa course; et dans d'autres, après qu'il en aura parcouru les 0.10 ou moins encore.

La détente qui produit le maximum absolu d'effet utile ayant été déterminée par la dernière formule qu'on a donnée plus haut, en substituant la valeur de l' ainsi trouvée, dans les formules du cas de maximum d'effet avec une détente donnée, on obtiendra toutes les déterminations relatives à l'effet utile maximum que peut produire cette détente; et puisque celle-ci est la plus favorable pour la machine, ces déterminations se trouveront précisément être celles qui se rapportent au maximum absolu d'effet utile dont est capable la machine.

Pour montrer maintenant un exemple de l'application de ces formules, nous supposerons que la machine de Watt, dont nous avons donné les dimensions et capacités dans l'article III du chapitre précédent, est disposée pour y faire produire la vapeur à la pression totale de 50 livres par pouce

carré dans la chaudière, et pour y faire usage de la détente dans le cylindre, suivant le système de Cornouailles; et nous en chercherons alors les effets. Cette supposition nous fournira une comparaison naturelle des deux systèmes, et nous permettra de reconnaître les avantages considérables que peut produire l'emploi de la détente de la vapeur dans les machines.

Nous supposerons donc que l'on conserve la même chaudière à la machine de Watt dont il a été parlé, mais que l'on remplace le cylindre par un autre d'une capacité plus considérable, dans lequel l'admission de la vapeur soit interceptée après que le piston a parcouru un quart seulement de sa course. Nous admettrons en conséquence les dimensions suivantes :

Diamètre du cylindre, 48 pouces; ou surface du piston, $a = 12.566$ pieds carrés.

Course du piston, 10 pieds; ou $l = 10$.

Longueur parcourue par le piston avant le commencement de la détente, $\frac{1}{4}$ de la course; ou $l' = 0.25\, l$.

D'après ces dimensions, nous pourrons évaluer le frottement de la machine, sans être chargée, à 0.5 livre par pouce carré de la surface du piston; et si, de plus, nous supposons que la condensation s'effectue aussi exactement que dans la machine originale de Watt, nous aurons pour f et p les valeurs données plus haut, savoir :

$$f = 0.5 \times 144 \text{ lbs}, \quad p = 4 \times 144 \text{ lbs}.$$

En outre, nous avons vu que la vapeur exige la même quantité de chaleur totale, et ainsi à peu près la même dépense de combustible, pour se produire sous différents degrés de tension. Nous en devons donc conclure que la chaudière conservera sous la pression de 50 livres par pouce carré, à laquelle nous voulons maintenant faire travailler la machine, la même vaporisation d'eau par minute qu'auparavant, en consommant à peu près la même quantité de combustible dans le même temps. Ainsi nous admettrons à cet égard, pour la machine, les mêmes données déjà rapportées, et nous aurons

Pression totale dans la chaudière, 50 livres par pouce carré; ou $P = 50 \times 144$ lbs par pied carré.

Vaporisation effective, 0.927 pied cube d'eau par minute; ou $S = 0.927$.

Consommation de combustible dans le même temps, 6.71 livres; ou $N = 6.71$.

En appliquant les formules à cette machine, nous trouverons, pour les effets produits à la vitesse du maximum d'effet utile et aux vitesses respectives de 200 et 250 pieds par minute, les résultats suivants :

Effets de la machine, avec la détente donnée.

			Maximum d'effet utile.
$\frac{l'}{l}$	= 0.25	.. 0.25	.. 0.25
v........	= 250	.. 200	.. 136
ar.......	= 17,337	.. 23,909	.. 39,465

			Maximum d'effet utile.
$\frac{r}{144}$	= 9.58	.. 13.21	.. 21.81
S........	= 0.927	.. 0.927	.. 0.927
$E.^{u.}$	= 4,334,210	.. 4,781,800	.. 5,356,860
$F.^{u.ch.}$ ...	= 131.34	.. 144.90	.. 162.33
$E.^{u.\,1\,lb.co.}$	= 645,940	.. 712,640	.. 798,350
$E^{u.\,1\,p.e.}$ ...	= 4,675,520	.. 5,158,350	.. 5,778,700
$Q^{co.pr.\,1\,ch.}$	= 0.051	.. 0.046	.. 0.041
$Q.^{e.pr.\,1\,ch.}$	= 0.007	.. 0.006	.. 0.0057
$F.^{u.ch.pr.\,1\,lb.co}$	= 19.57	.. 21.60	.. 24.19
$F.^{u.ch.pr.\,1.p.e.}$	= 141.7	.. 156.3	.. 175.1

Effets maxima de la machine, avec diverses détentes.

			Maximum absolu d'effet utile
$\frac{r}{l}$	= 0.50	... 0.25	... 0.11
v'	= 74	... 136	... 255
ar'	= 57,247	... 39,465	... 22,865
$\frac{r'}{144}$	= 31.64	... 21.81	... 12.64
S	= 0.927	... 0.927	... 0.927
$E.^{u.max.}$ ...	= 4,238,480	... 5,356,860	... 5,819,300
$F.^{u.ch.}$	= 128.44	... 162.33	... 176.34
$E.^{u\,1\,lb.co.}$	= 631,670	... 798,350	... 867,260
$E.^{u.\,1\,p.e.}$ ...	= 4,572,250	... 5,778,700	... 6,277,560
$Q.^{co.pr.\,1\,ch.}$	= 0.052	... 0.041	... 0.038
$Q.^{e.pr.\,1\,ch.}$	= 0.007	... 0.0057	... 0.005
$F.^{u.ch.pr.\,1\,lb.co.}$	= 19.14	... 24.19	... 26.28
$F.^{u.ch.pr.\,1\,p.e.}$	= 138.6	... 175.1	... 190.2

Ces deux tableaux montrent quelle diversité il

peut y avoir dans les effets produits par une même machine, selon la détente et la charge qu'on lui donne. En calculant les effets utiles maxima pour diverses détentes, on les voit augmenter continuellement, à mesure qu'on diminue la portion de course l' parcourue avant la détente, jusqu'à ce qu'on ait $l' = 0.11\ l$; et au-delà de ce point, on les voit au contraire diminuer, ce qui démontre par les faits, qu'on est réellement parvenu au maximum absolu de l'effet utile de la machine. En effet on trouve

$\frac{l'}{l} = 0.10$ .... $E.^{u.max.} = 5,806,300$

0.11 .... 5,819,300 max. ab.

0.12 5,817,820

Si l'on veut former les équations numériques de ces machines en mesures françaises, on aura pour la valeur des constantes :

Frottement d'une machine de moyennes dimensions, sans être chargée, 0.035 kilogramme par centimètre carré; ou $f = 350$ kilogrammes par mètre carré.

Frottement additionnel de la machine par unité de la charge, $\frac{1}{7}$ de celle-ci; ou $\delta = 0.14$.

Pression de condensation, dans une bonne machine, 0.28 kilogramme par centimètre carré; ou $p = 2800$ kilogrammes par mètre carré.

$$n = 0.00004227,$$
$$q = 0.0000000529.$$

Liberté du cylindre, $\frac{1}{20}$ de la course; ou $c = 0.05\ l$.

$E.^{u.max.} = ar'v'$ .... Effet utile, en kilog. élevés à un mètre par minute.

Cas du maximum absolu *d'effet utile.*

$\frac{l'}{l} = \frac{799 + p + f}{799 + P}$ ...... Détente qui produit le max. absolu d'effet utile.

Ainsi que nous l'avons expliqué précédemment, cette dernière formule fera connaître la détente qui produit le maximum absolu d'effet utile; et en la substituant dans les formules du cas de maximum d'effet avec une détente donnée, on aura les effets maxima absolus cherchés.

Si l'on veut soumettre au calcul la même machine dont nous avons donné plus haut les proportions, on aura

Diamètre du cylindre, 1.220 mètre; ou surface du piston, $a = 1.1674$ mètre carré.

Course du piston, $l = 3.048$ mètres.

Longueur de course parcourue par le piston avant la détente, $l' = 0.25\,l$.

Frottement de la machine sans être chargée, $f = 350$ kilogrammes par mètre carré de la surface du piston.

Pression de condensation dans le cylindre, $p = 2800$ kilog. par mètre carré.

Pression totale dans la chaudière, $P = 35{,}138$ kilogrammes par mètre carré.

Vaporisation effective par minute, S = 0.02634 mètre cube d'eau.

Consommation de combustible dans le même temps, N = 3.042 kilogrammes.

En faisant le calcul avec ces données et cette détente, puis faisant ensuite varier cette dernière pour obtenir le maximum absolu d'effet utile, on aura les résultats suivants :

Effets de la machine avec une détente donnée.

			Maximum d'effet utile.
$\frac{r}{l}$	= 0.25	.. 0.25	.. 0.25
v........	= 76.20	.. 60.96	.. 41.28
ar.......	= 7,861	.. 10,841	.. 17,894
$\frac{r}{10,000}$...	= 0.67	.. 0.93	.. 1.53
S........	= 0.02634	.. 0.02634	.. 0.02634
$E.^{u.}$.....	= 598,980	.. 660,830	.. 738,590
$F.^{u.ch.}$...	= 133	.. 147	.. 164
$E.^{u.1k.co.}$.	= 196,902	.. 217,240	.. 242,800
$E^{u.1m.e.}$...	= 22,740,500	.. 21,851,500	.. 28,040,800
$Q.^{co.pr.1ch.}$.	= 0.023	.. 0.021	.. 0.019
$Q.^{e.pr.1ch.}$.	= 0.000198	.. 0.000179	.. 0.000161
$F.^{u.ch.pr.1k.co}$	= 43.76	.. 48.28	.. 53.96
$F.^{u.ch.pr.1m.e.}$	= 5,054	.. 5,575	.. 6,231

En admettant donc ces évaluations, et les introduisant, à l'exception de f et p, dans les équations algébriques, nous obtiendrons les résultats suivants :

Formules pratiques pour les machines de Cornouailles à double effet (mesures françaises).

Cas d'une charge ou d'une vitesse quelconques, avec une détente donnée.

$$v=\frac{S}{a}\cdot\frac{10{,}000k}{0.4227+0.000529(1+\delta)r+0.000529(p+f)}.$$

.... Vitesse du piston, en mètres par minute.

$$ar=18{,}903{,}600\,\frac{kS}{(1+\delta)v}-\frac{a}{1+\delta}(799+p+f)..$$

.... Charge utile du piston, en kilogrammes.

$$S=\frac{av}{10{,}000k}[0.4227+0.000529(1+\delta)r+0.000529(p+f)]$$

.... Vaporisation effective, en mètres cubes d'eau par minute.

$E.^{u}= arv$............. Effet utile, en kilog. élevés à 1 mètre par minute.

$F.^{u.ch.}......=\frac{E.^{u.}}{4500}$............ Force utile, en chevaux.

$E.^{u.\,1\,k.\,c0.}...=\frac{E.^{u.}}{N}$............. Effet utile d'un kilog. de combust., en kilog. élevés à 1 mètre.

$E.^{u.\,1m.e.} \ldots = \frac{E.^{u.}}{S}$ .... Effet utile de 1 mètre cube d'eau vaporisé, en kilogrammes élevés à 1 mètre.

$Q.^{co.pr.\,1ch.} \ldots = \frac{4500N}{E.^{u.}}$ .... Quantité de combustible, en kilog., qui produit la force d'un cheval.

$Q.^{e.pr.\,1ch.} \ldots = \frac{4500S}{E.^{u.}}$ .... Quantité d'eau, en mètres cubes, qui produit la force d'un cheval.

$F.^{u\,ch.pr.\,1k.co.} = \frac{E.^{u.}}{4500N}$ .... Force utile, en chevaux, produite par kilog. de combustible.

$F.^{u.ch.pr.\,1m.e.} = \frac{E.^{u.}}{4500S}$ .... Force utile, en chevaux, prod. par mètre cube d'eau vaporisé.

Cas du maximum d'effet utile, avec une détente donnée.

$$v' = \frac{l}{l'+c} \cdot \frac{S}{a} \cdot \frac{10{,}000}{0.4227 + 0.000529P} \ldots\ldots$$

.... Vitesse du piston, en mètres par minute.

$$ar' = \frac{a}{1+\delta} \cdot \frac{l'+c}{l} k(799+P) - \frac{a}{1+\delta}(799+p+f).$$

.... Charge utile du piston, en kilogrammes.

$$S = \frac{l'+c}{l} \cdot \frac{av'}{10{,}000}(0.4227+0.000529P) \ldots\ldots$$

.... Vaporisation effective, en mètres cubes d'eau par minute.

tement les effets d'une machine déjà construite, il ne faudra pas s'en tenir à une évaluation approximative du frottement, non plus que de la pression de condensation dans le cylindre. On devra alors déterminer le frottement de la machine par la méthode développée dans le paragraphe 3 de l'article II du chapitre III; mesurer de même, à l'aide de l'*indicateur* de Watt, la pression subsistant dans le cylindre à vapeur après sa communication avec le condenseur; et les deux quantités f et p ainsi déterminées, seront celles qu'on devra introduire dans les formules, avec toutes les autres données du problème également déduites de la mesure ou de l'observation immédiate.

CHAPITRE VIII.

MACHINES DE WOOLF OU D'EDWARDS.

ARTICLE PREMIER.

THÉORIE DE LA MACHINE DE WOOLF.

Les machines de Woolf ou d'Edwards sont du même genre que celles qui précèdent; c'est-à-dire qu'on y utilise de même la détente de la vapeur; mais seulement, au lieu d'effectuer cette détente dans un seul cylindre, on l'exécute dans deux cylindres inégaux, que la vapeur traverse successivement en se dilatant de plus en plus.

La vapeur, à son arrivée directe de la chaudière, est d'abord admise dans la partie supérieure du petit cylindre, et elle y agit à pleine pression durant une portion de la course. Ensuite la communication avec la chaudière est interceptée, et la vapeur déjà reçue dans le petit cylindre, s'y détend jusqu'à ce qu'elle ait poussé le piston au bas de sa course. En ce moment une communication s'ouvre entre le haut du petit cylindre, et le bas du grand. La vapeur qui remplissait la partie supérieure du petit cylindre, passe donc dans le grand, et y arrivant au-dessous du grand piston, commence, en se détendant, à faire exécuter à celui-ci une course remontante. Mais en même temps que la communication s'ouvre du petit au

Effets maxima de la machine, avec diverses détentes.

			Maximum absolu d'effet utile.
$\frac{l'}{l}$	= 0.50	... 0.25	... 0.11
v'.......	= 22.51	... 41.28	... 77.39
ar'.......	= 25,956	... 17,894	... 10,367
$\frac{r'}{10,000}$...	= 2.22	... 1.53	... 0.89
S........	= 0.02634	... 0.02634	... 0.02634
$E.^{u.max.}$...	= 584,390	... 738,590	... 802,350
$F.^{u.ch.}$....	= 130	... 164	... 178
$E.^{u.1k.co.}$..	= 192,110	... 242,800	... 263,760
$E^{u.1m.e.}$...	= 22,186,600	... 28,040,800	... 30,461,920
$Q.^{co.pr.1ch.}$	= 0.023	... 0.019	... 0.017
$Q.^{e.pr.1ch.}$	= 0.000203	... 0.000161	... 0.000148
$F.^{u.ch.pr.1k.co}$	= 42.69	... 53.96	... 58.61
$F.^{u.ch.pr.1m.e.}$	= 6,207	... 6,231	... 6,769

Les résultats que nous venons d'obtenir montrent que lorsqu'on emploie une pression suffisante dans la chaudière, et qu'on porte assez loin le principe de la détente dans une machine de Cornouailles, on peut en obtenir un effet utile à peu près triple de celui qui serait produit dans une machine de Watt, par la même quantité d'eau vaporisée. C'est donc à tort que les effets des machines de Cornouailles sont considérés comme si extraordinaires, et qu'ils ont même été quelquefois réputés incroyables.

On remarquera qu'il n'est pas d'usage de faire marcher les machines de ce système à la vitesse qui est résultée ici du calcul pour le cas du maximum absolu d'effet utile. Mais comme cette circonstance tient uniquement à l'emploi de plus grandes dimensions pour le cylindre, la réduction de vitesse se trouve accompagnée d'une augmentation correspondante dans l'effort appliqué par la machine, et par conséquent les effets définitifs continuent d'être les mêmes.

Du reste, on conçoit que l'effet de chaque machine doit dépendre : de la pression à laquelle on fait produire la vapeur dans la chaudière; des perfectionnements apportés dans la construction de la chaudière et du foyer, d'où résulte qu'une même quantité de combustible, appliquée plus judicieusement, peut vaporiser une plus grande quantité d'eau; de la qualité du combustible employé et de la conduite du feu; de la condensation plus ou moins parfaite dans le condenseur; du soin mis à nettoyer la chaudière des incrustations qui s'y forment et nuisent à sa puissance de vaporisation; de la perfection apportée dans le travail d'exécution de la machine, qui peut en diminuer le frottement; et enfin de la nature et du nombre des pièces de renvoi, qui en transmettant l'action de la machine à des points éloignés, absorbent, pour leur mouvement, une portion plus ou moins considérable de l'effet utile réellement produit par la machine.

C'est pourquoi, si l'on veut calculer très exac-

d'action développée par chacune de ces cinq forces pendant une oscillation du balancier, et nous formerons ensuite l'équation de l'équilibre dynamique de la machine.

1°. En se reportant au calcul qui a déjà été fait dans le chapitre III, article Ier, § 2, de l'action de la détente de la vapeur, on trouvera que la quantité de travail développée par l'arrivée directe et la détente de la vapeur dans le petit cylindre, a pour expression

$$a(l' + c)\left(\frac{n}{q} + \text{P}'\right)\left[\frac{l'}{l'+c} + \log\frac{l + c}{l' + c}\right] - \frac{n}{q}\,al.$$

2°. Pour avoir la quantité de travail moteur, développée de même dans le grand cylindre, pendant une oscillation de la machine, il faut observer que c'est la même vapeur qui, après avoir occupé d'abord la longueur $l' + c$ du petit cylindre, avec la pression P$'$, se trouve maintenant répandue en partie au-dessous du petit piston et en partie au-dessus du grand, avec une pression correspondante à l'espace qu'elle occupe.

Si donc nous considérons le point de l'oscillation de la machine, où le petit piston a parcouru une longueur λ de sa course, et où la pression de la vapeur détendue, au-dessus du grand piston ou au-dessous du petit, est devenue ϖ, il est clair qu'on aura entre les deux pressions ϖ et P$'$ et les espaces respectivement occupés par la vapeur, la relation générale (c), que nous avons écrite origi-

nairement sous la forme

$$p = \frac{M'}{M}\left(\frac{n}{q} + p'\right) - \frac{n}{q};$$

et qui exprime que pendant son changement de volume, la vapeur reste au maximum de densité pour sa température.

Mais, puisque les courses L et l des deux cylindres sont parcourues dans le même temps, il s'ensuit que quand le petit piston aura parcouru la longueur λ de sa course, le grand piston aura parcouru dans la sienne la longueur

$$\frac{L}{l}\lambda.$$

Par conséquent l'espace occupé par la vapeur dilatée, tant au-dessus du grand piston qu'au-dessous du petit, sera

$$A\left(\frac{L}{l}\lambda + C\right) + a(l - \lambda + c) = \frac{AL - al}{l}\lambda + a(l + c) + AC.$$

Nous l'écrirons, pour un instant, sous la forme

$$O\lambda + Q,$$

en représentant par O le coefficient de λ, et par Q la quantité constante.

Cette expression donne donc la valeur du volume actuellement occupé par la vapeur, sous la pression ϖ. D'un autre côté, sous la pression P', la même vapeur occupait le volume $a(l' + c)$. On

grand cylindre, la communication de la chaudière au petit cylindre s'ouvre également, pour laisser arriver une nouvelle quantité de vapeur. Seulement cette vapeur pénètre maintenant au-dessous du petit piston, de manière à lui faire exécuter une course ascendante.

Les deux pistons remontent donc en même temps : le petit, par l'action directe de la vapeur de la chaudière d'abord, et de cette vapeur détendue ensuite; le second, par la détente de la vapeur qui a servi à l'action précédente du petit cylindre. Ainsi les deux pistons se trouvent ramenés simultanément au sommet des deux cylindres, et le même effet recommence. Enfin, après avoir terminé son action dans le grand cylindre, la vapeur est reçue dans un vase séparé, où elle est condensée.

Les tiges des deux pistons s'articulent sur le balancier de la machine, et tendent tous deux à lui imprimer un mouvement d'oscillation, qui se transforme ensuite, au moyen d'une manivelle, en un mouvement circulaire; mais comme ces articulations peuvent être placées à des distances différentes du centre, la course du grand piston peut être faite plus grande que celle du petit, et ainsi le grand cylindre peut offrir une capacité d'autant plus considérable pour la détente de la vapeur.

On voit que dans ces machines, le mode d'action de la vapeur est exactement le même que dans les précédentes; mais comme le changement

de surface des pistons, sur lesquels agit la vapeur pendant la détente, doit amener quelques modifications dans les formules, nous allons introduire brièvement ces circonstances dans la théorie générale exposée précédemment.

Soit P la pression de la vapeur dans la chaudière, et P' la pression que prend cette vapeur à son entrée dans le petit cylindre, avant la détente. Soient encore A et *a* les surfaces des deux pistons, L et *l* leurs courses respectives, et C et *c* la liberté des deux cylindres. Enfin soit *l'* la portion de course que parcourt le petit piston, avant le commencement de la détente.

Si nous prenons la machine après que son mouvement est parvenu à l'uniformité, la quantité de travail appliquée par la puissance sera égale à la quantité d'action développée dans le même temps par la résistance. Or, l'effort exercé par la puissance se compose de la pression exercée contre le petit piston, par la vapeur venue de la chaudière, et de la pression exercée contre le grand, par la vapeur venue du petit cylindre. La résistance, au contraire, se compose de la pression produite contre le petit piston, par la réaction de la vapeur qui sert de force motrice dans le grand; de la pression subsistant derrière le grand piston, après condensation imparfaite de la vapeur qui a servi à la course précédente; et enfin de la charge et du frottement de la machine. Nous allons donc évaluer successivement la quantité

cette dernière force, durant une course, sera

$$\delta Rh.$$

Ainsi la quantité d'action totale produite par l'ensemble de ces trois résistances, pendant une oscillation de la machine, sera

$$(1 + \delta) Rh + fal + FAL.$$

Nous avons donc tous les éléments du travail développé par la puissance et par la résistance. Par conséquent, en formant l'équation de leur équilibre dynamique, et faisant passer dans le premier membre, le terme qui exprime la quantité d'action développée par la troisième des forces évaluées, c'est-à-dire par la réaction de la vapeur contre le petit piston, nous aurons

$$a(l'+c)\left(\frac{n}{q}+P'\right)\left[\frac{l'}{l'+c}+\log\frac{l+c}{l'+c}+\frac{AL-al}{Ol}.\log\frac{Ol+Q}{Q}\right]-\frac{n}{q}AL$$
$$=(1+\delta)Rh+fal+FAL+pAL.$$

Enfin, en remplaçant les quantités O et Q par leur valeur, nous obtiendrons définitivement

$$a(l'+c)\left(\frac{n}{q}+P'\right)\left[\frac{l'}{l'+c}+\log\frac{l+c}{l'+c}+\log\frac{A(L+C)+ac}{a(l+c)+AC}\right]-\frac{n}{q}AL$$
$$=(1+\delta)Rh+fal+FAL+pAL\ldots \quad (A)$$

Cette équation est donc la première des deux relations générales que nous voulons établir entre les données et les inconnues du problème. La seconde sera, comme dans les calculs précédents,

déduite de la considération de l'égalité entre la production et la dépense de vapeur.

S étant le volume d'eau qui se vaporise par unité de temps dans la chaudière,

$$\frac{S}{n + qP'}$$

sera le volume de la vapeur résultante, mesurée sous la pression P', c'est-à-dire à la pression du petit cylindre avant la détente. D'autre part, v étant la vitesse du petit piston,

$$\frac{v}{l} a (l' + c)$$

sera la dépense de vapeur, par unité de temps, mesurée au moment de son passage dans le petit cylindre, avant la détente, c'est-à-dire sous la même pression P'. Ainsi la seconde équation de relation sera comme précédemment

$$\frac{S}{n + qP'} = \frac{v}{l} a (l' + c) \ldots\ldots \text{(B)}$$

Par conséquent, en éliminant P', entre ces deux équations, et faisant, pour simplifier les formules

$$\frac{l'}{l' + c} + \log \frac{l + c}{l' + c} + \log \frac{A(L + C) + ac}{a(l + c) + AC} = k',$$

on obtiendra, pour la valeur cherchée de v,

$$v = \frac{l}{L} \cdot \frac{S}{A} \cdot \frac{k'}{n + q\frac{1}{AL}[(1 + \delta)Rh + fal + FAL + pAL]}.$$

aura donc, d'après la relation générale indiquée il y a un instant,

$$\varpi = \frac{a(l' + c)}{O\lambda + Q}\left(\frac{n}{q} + P'\right) - \frac{n}{q}.$$

Par conséquent, en procédant comme auparavant, c'est-à-dire en multipliant les deux membres de cette équation par $\frac{AL}{l}d\lambda$, puis prenant l'intégrale entre les limites $\frac{L}{l}\lambda = o$ et $\frac{L}{l}\lambda = L$, ou $\lambda = o$ et $\lambda = l$, on aura la valeur du travail total produit par la détente de la vapeur sur le grand piston, depuis l'origine de la course jusqu'à la fin, savoir :

$$a(l' + c)\left(\frac{n}{q} + P'\right)\frac{AL}{Ol}\log\frac{Ol + Q}{Q} - \frac{n}{q}AL.$$

3°. Pour avoir l'expression de la quantité d'action développée par la résistance de la vapeur située sous le petit piston, on remarquera que cette vapeur étant à la pression ϖ, comme celle qui agit dans le grand cylindre, il suffira de multiplier la valeur de ϖ obtenue plus haut, par $ad\lambda$ et d'intégrer entre les limites $\lambda = o$ et $\lambda = l$. Le résultat sera évidemment la quantité d'action développée par la résistance de la vapeur contre le mouvement du petit piston, depuis l'origine de sa course jusqu'à la fin. Il est aisé de voir que le résultat sera le même que celui qu'on vient d'obte-

nir, à l'exception que a y remplacera $\frac{\text{AL}}{l}$. Ce sera donc

$$a(l' + c)\left(\frac{n}{q} + \text{P}'\right)\frac{a}{\text{O}}\log\frac{\text{O}l + \text{Q}}{\text{Q}} - \frac{n}{q}al.$$

4°. Si l'on exprime toujours par p la pression subsistant dans le cylindre qui communique avec le condenseur, comme ce cylindre est ici le grand cylindre, la quantité d'action résistante, développée par cette force pendant une course, sera

$$p\text{AL}.$$

5°. Enfin, si l'on représente par R la résistance mise en mouvement par la machine, mesurée, non par unité de surface, mais en grandeur absolue, et par h la distance dont cette résistance avance par coup de piston de la machine, la quantité d'action produite par cette force durant une course, sera évidemment

$$\text{R}h.$$

D'autre part, si l'on suppose le frottement de la machine représentée par deux forces, l'une f s'exerçant sur chaque unité de la surface du petit piston, et l'autre F s'exerçant sur chaque unité de la surface du grand piston, le travail produit par l'ensemble de ces deux forces durant une course, sera

$$fal + \text{FAL}.$$

Et enfin, si l'on appelle δ le surplus que subit le frottement de la machine, par chaque unité de la résistance r, et mesuré à la même vitesse que cette résistance, la quantité d'action produite par

Cette vitesse sera celle du petit piston ; et de cette vitesse se conclura celle du grand piston qui sera $\frac{L}{l}v$, et celle du point d'application de la résistance R, qui sera évidemment $\frac{h}{l}v$, ou

$$V=\frac{h}{L}\cdot\frac{S}{A}\cdot\frac{k'}{n+q\frac{1}{AL}[(1+\delta)Rh+fal+FAL+pAL]},$$

puisque la résistance R parcourt la distance h, et le grand piston la distance L, tandis que le piston du petit cylindre parcourt sa course l.

On doit observer que cette valeur de V, d'où se déduisent ensuite toutes les autres formules, est entièrement semblable à celle que nous avons obtenue en général, dans le chapitre III, à cela près seulement de la quantité $\frac{h}{L}k'$ au lieu de k, et du facteur

$$\frac{1}{AL}[(1+\delta)Rh+fal+FAL+pAL],$$

qui remplace maintenant le facteur semblable

$$[(1+\delta)r+p+f].$$

Il sera donc facile de conclure les formules des divers effets de la machine, des formules générales données dans le chapitre III. On remarquera du reste, que si, dans les deux dernières expressions que l'on vient d'obtenir pour les valeurs de k' et V, on faisait $A=a$, $L=l=h$ et $C=c$, ces valeurs se réduiraient exactement à celles du chapitre III ; ce qui doit effectivement arriver, puisque la sup-

position de $A = a$ et $L = l$ revient à réduire les deux cylindres à un seul.

En faisant donc les calculs comme précédemment, on obtiendra les formules suivantes :

Cas d'une charge ou d'une vitesse quelconques, avec une détente donnée.

$$V = \frac{h}{L} \cdot \frac{S}{A} \cdot \frac{k'}{n + q\frac{1}{AL}[(1+\delta)Rh + fal + FAL + pAL]}.$$

$$R = \frac{k'S}{q(1+\delta)V} - \frac{n}{q} \cdot \frac{AL}{(1+\delta)h} - \frac{fal + FAL + pAL}{(1+\delta)h}.$$

$$S = \frac{L}{h} \cdot \frac{AV}{k'} \left\{ n + q\frac{1}{AL}[(1+\delta)Rh + fal + FAL + pAL] \right\}.$$

$$E.^{u.} = RV.$$

Cas du maximum d'effet utile, avec une détente donnée.

$$V' = \frac{h}{l} \cdot \frac{l}{l' + c} \cdot \frac{S}{a} \cdot \frac{1}{n + qP}.$$

$$R' = \frac{l' + c}{l} \cdot \frac{al}{(1+\delta)h} k'\left(\frac{n}{q} + P\right) - \frac{n}{q} \cdot \frac{AL}{(1+\delta)h} - \frac{fal + FAL + pAL}{(1+\delta)h}.$$

$$S = \frac{l}{h} \cdot \frac{l' + c}{l} \cdot aV'(n + qP).$$

$$E.^{u. max.} = R'V'.$$

Cas du maximum absolu d'effet utile.

$$\frac{l'}{l} = \frac{AL}{al} \cdot \frac{\frac{n}{q} + \frac{1}{AL}(fal + FAL + pAL)}{\frac{n}{q} + P}.$$

Cette dernière formule fera connaître, comme nous l'avons développé ailleurs, la détente qui produit le maximum absolu d'effet utile; et en introduisant ensuite la valeur ainsi trouvée, dans les formules qui donnent l'effet maximum pour une détente donnée, on aura l'effet maximum que peut produire cette détente, et par conséquent l'effet maximum *absolu* de la machine.

ARTICLE DEUXIÈME.

FORMULES PRATIQUES POUR LE CALCUL DES MACHINES DE WOOLF.

Les formules que nous avons obtenues plus haut, n'offrent aucune difficulté dans leur application. Pour les résoudre numériquement, on pourra se servir de la table donnée dans l'article Ier du chapitre III, qui fera d'abord connaître, sans calcul, la valeur des termes

$$\frac{l}{l' + c} \quad \text{et} \quad \frac{l'}{l' + c} + \log \frac{l + c}{l' + c}.$$

Ensuite, ayant calculé l'expression

$$\frac{A(L + C) + ac}{a(l + c) + AC},$$

on en prendra directement le logarithme hyperbolique, dans des tables de ce système; ou si l'on n'a point de ces tables, on en prendra le logarithme ordinaire, dans les tables de logarithmes com-

muns, et l'on multipliera ce logarithme ordinaire par le nombre

$$2.302585.$$

Le résultat sera le logarithme hyperbolique cherché. On opérerait d'une manière semblable pour la quantité

$$\log \frac{l + c}{l' + c},$$

dans le cas où l'on n'aurait pas sous les yeux la table du chapitre III. On aura donc aisément la valeur de l'expression que nous avons représentée par k', et ainsi la solution des formules n'offrira plus aucune difficulté; car toutes les quantités qui y figurent, y sont engagées au premier degré seulement.

Pour transformer les équations que l'on vient d'obtenir, en formules numériques exactes, il faudrait connaître la valeur précise des constantes, et pour cela, des expériences spéciales sont nécessaires. Cependant, pour montrer la marche du calcul et faire voir que les formules précédentes, quoique compliquées en apparence, se réduiront néanmoins, dans la pratique, à des formes très simples, nous calculerons ces formules numériques, en nous contentant de la valeur approximative des constantes, que l'on peut déduire de l'analogie de ces machines avec celles déjà traitées.

Dans les machines de Watt, qui n'ont qu'un seul cylindre, le frottement de la machine, sans être chargée, se monte à 1.5 lb par pouce carré

de la surface du piston, pour un cylindre de petites dimensions, et à 0.5 lb par pouce carré du piston, pour un cylindre de grandes dimensions, comme on l'a expliqué plus haut. Dans une machine de Wolf, il y a deux cylindres au lieu d'un, et l'on doit observer que chacun d'eux entraîne à peu près les mêmes pièces et produit à peu près le même frottement que s'il était seul dans la machine. Le mode le plus sûr d'évaluer le frottement de ces machines est donc d'attribuer à chacun des deux pistons, le frottement qui conviendrait à ses dimensions dans une machine de Watt.

En outre, nous évaluerons au même taux que dans toutes les autres machines, le frottement additionnel par unité de la charge, c'est-à-dire que nous ferons

$$\delta = 0.14.$$

La pression de condensation dans le cylindre en communication avec le condenseur, sera de même, dans les bonnes machines,

$$p = 4 \times 144 \text{ lbs.}$$

La liberté du cylindre sera 0.05 de la course, ce qui donne

$$c = 0.05\,l \text{ et } \mathfrak{C} = 0.05\,L.$$

Et enfin la machine étant à condensation, on devra prendre

$$n = 0.00004227,$$
$$q = 0.000000258.$$

En admettant donc ces évaluations approximatives, et se rappelant que la valeur de k', est

$$k' = \frac{l'}{l'+c} + \log \frac{l+c}{l'+c} + \log \frac{A(L+C)+ac}{a(l+c)+AC},$$

on obtient les formules suivantes :

Formules pratiques pour les machines de Woolf
(mesures anglaises).

Cas d'une charge ou d'une vitesse quelconques, avec une détente donnée.

$$V = \frac{h}{L} \cdot \frac{S}{A} \cdot \frac{10{,}000k'}{0.4227 + 0.00258 \frac{1}{AL}[(1+\delta)Rh + fal + FAL + pAL]}.$$

.... Vitesse de la charge, en pieds par minute.

$$R = 3{,}875{,}970 \frac{k'S}{(1+\delta)V} - \frac{1}{(1+\delta)h}(164\,AL + fal + FAL + pAL) \ldots$$

.... Charge utile de la machine, en livres.

$$S = \frac{L}{h} \cdot \frac{AV}{10000k'} \left[0.4227 + 0.00258(1+\delta)\frac{Rh}{AL} + 0.00258 \frac{1}{AL}(fal + FAL + pAL)\right].$$

.... Vaporisation effective, en pieds cubes d'eau par minute.

$E.^{u.} = RV$ .... Effet utile, en livres élevées à 1 pied par minute.

$F.^{u.ch.} \ldots = \frac{E.^{u.}}{33000}$ .... Force utile, en chevaux.

$E.^{u.1\,lb.co.} = \frac{E.^{u.}}{N}$ .... Effet utile de 1 lb. de combustible, en livres élev. à un pied.

$E.^{u.1p.c.} \ldots = \frac{E.^{u.}}{S}$ .... Effet utile d'un pied cube d'eau, en livres élevées à 1 pied.

$Q._{co \cdot pr \cdot 1 ch \cdot} = \frac{33000N}{E^{u \cdot}}$ .... Quantité de combustible, en livres, qui produit la force d'un cheval.

$Q._{e \cdot pr \cdot 1 ch \cdot} = \frac{33000S}{E.^{u \cdot}}$ .... Quantité d'eau, en pieds cubes, qui produit la force d'un cheval.

$F._{u \cdot ch \cdot pr \cdot 1 lb \cdot co \cdot} = \frac{E.^{u \cdot}}{33000N}$ .... Force de chevaux produite par livre de combustible.

$F_{\cdot u \cdot ch \cdot pr \cdot 1 p \cdot e \cdot} = \frac{E.^{u \cdot}}{33000S}$ .... Force de chevaux produite par pied cube d'eau vaporis.

Cas du maximum d'effet utile, avec une détente donnée.

$V' = \frac{h}{l} \cdot \frac{l}{l'+c} \cdot \frac{S}{a} \cdot \frac{10,000}{0.4227 + 0.00258P}$ .... Vitesse de la charge, en pieds par minute.

$R' = \frac{l'+c}{l} \cdot \frac{al}{(1+\delta)h} k'(164 + P) - \frac{1}{(1+\delta)h}(164\,AL + fal + FAL + pAL)$ .... Charge utile de la machine, en livres.

$S = \frac{l}{h} \cdot \frac{l'+c}{l} \cdot \frac{aV'}{10,000}(0.4227 + 0.00258P)$ .... Vaporisation effective, en pieds cubes d'eau par minute.

$E._{u \cdot max \cdot} = R'V'$ .... Effet utile, en livres élevées à un pied par minute.

Cas du maximum absolu d'effet utile.

$\frac{l'}{l} = \frac{AL}{al} \cdot \frac{164 + \frac{1}{AL}(fal + FAL + pAL)}{164 + P}$ .... Détente qui produit le maximum absolu d'effet utile.

La détente du maximum absolu d'effet utile étant déterminée par cette dernière formule, en l'in-

troduisant dans les formules du cas de maximum d'effet pour une détente donnée, on aura le maximum d'effet utile que peut produire cette détente, et par conséquent le maximum absolu d'effet utile de la machine.

Si le calcul se fait en mesures françaises, la valeur des constantes devient :

Frottement du petit piston, 0.105 kilogrammes par centimètre carré; ou $f = 1050$ kilogrammes par mètre carré de la surface de ce piston.

Frottement du grand piston, 0.035 kilogrammes par centimètre carré; ou $F = 350$ kilogrammes par mètre carré de la surface de ce piston.

Frottement additionnel de la machine par unité de la résistance, $\delta = 0.14$.

Pression de condensation dans le cylindre, 0.2811 kilogrammes par centimètre carré; ou $p = 2811$ kilogrammes par mètre carré.

Liberté du cylindre, $\frac{1}{20}$ de la course; ou $c = 0.05l$, et $C = 0.05L$.

$n = 0.00004227$,

$q = 0.0000000529$.

Enfin, en se rappelant qu'on a pour la valeur de k',

$$k' = \frac{l'}{l'+c} + \log\frac{l+c}{l'+c} + \log\frac{A(L+C)+ac}{a(l+c)+AC};$$

les formules numériques deviennent :

Formules pratiques pour les machines de Woolf (mesures françaises).

Cas d'une charge ou d'une vitesse quelconques, avec une détente donnée.

$$V=\frac{h}{L}\cdot\frac{S}{A}\cdot\frac{10{,}000k'}{0.4227+0.000529\frac{1}{AL}\left[(1+\delta)Rh+fal+FAL+pAL\right]}.$$

.... **Vitesse de la charge, en mètres par minute.**

$$R=18{,}903{,}600\,\frac{k'S}{(1+\delta)V}-\frac{1}{(1+\delta)h}\,(799AL+fal+FAL+pAL).$$

.... **Charge utile de la machine, en kilogram.**

$$S=\frac{L}{h}\cdot\frac{AV}{10{,}000k'}\left[0.4227+0.000529(1+\delta)\frac{Rh}{AL}+0.000529\frac{1}{AL}(fal+FAL+pAL)\right]$$

.... **Vaporisation effective, en mètres cubes d'eau par minute.**

$E.^{u.}=RV$ .... **Effet utile, en kilog. élevés à 1 mètre par minute.**

$F.^{u.ch.}$ ...... $=\frac{E.^{u.}}{4500}$ .... **Force utile, en chevaux.**

$E.^{u.1k.co.}$ . . $=\frac{E.^{u.}}{N}$ .... **Effet utile d'un kilogramme de combustib., en kilogrammes élevés à 1 mètre.**

$E.^{u.1m.e.}$ .... $=\frac{E.^{u.}}{S}$ .... **Effet utile d'un mètre cube d'eau, en kilog. élevés à 1 mètre.**

$Q.^{co.pr.1ch.}$. $=\frac{4500N}{E.^{u.}}$ .... **Quantité de combustible, en kilogram., qui produit la force d'un cheval.**

$Q.^{e.pr.1ch.}$ .. $=\frac{4500S}{E.^{u.}}$ .... **Quantité d'eau, en mètres cubes, qui prod. la force d'un cheval.**

$$F.^{u.ch.pr.1k.co.} = \frac{E.^{u.}}{4500N}$$ .... Force de chevaux produite par kilog. de combustible.

$$F.^{u.ch.pr.1m.c.} = \frac{E.^{u.}}{4500S}$$ .... Force de chevaux produite par mètre cube d'eau vaporisé.

Cas du maximum d'effet utile, avec une détente donnée.

$$V' = \frac{h}{l} \cdot \frac{l}{l'+c} \cdot \frac{S}{a} \cdot \frac{10000}{0.4227 + 0.000529P}$$ .... Vitesse de la charge, en mètres par minute.

$$R' = \frac{l'+c}{l} \cdot \frac{al}{(1+\delta)h} k'(799+P) - \frac{1}{(1+\delta)h}\left[799AL + fal + FAL + pAL\right]$$ .... Charge de la machine, en kilogrammes.

$$S = \frac{l}{h} \cdot \frac{l'+c}{l} \cdot \frac{aV'}{10000}(0.4227 + 0.000529P)$$ .... Vaporisation effective, en mètres cubes d'eau par minute.

$$E.^{u.max.} = R'V'$$ .... Effet utile, en kilog. élevés à 1 mètre par minute.

Cas du maximum absolu d'effet utile.

$$\frac{l'}{l} = \frac{AL}{al} \frac{799 + \frac{1}{AL}(fal + FAL + pAL)}{799 + P}$$ .... Détente qui produit le maximum absolu d'effet utile.

Nous nous bornons, pour ce dernier cas, à cette seule formule, parce que nous avons expliqué comment on en déduira d'abord la détente du maximum absolu d'effet utile, et par suite les effets maxima correspondants à cette détente, qui sont les effets cherchés.

CHAPITRE IX.

MACHINES D'EVANS.

FORMULES PRATIQUES POUR LE CALCUL DE CES MACHINES.

Dans les machines d'Evans, la vapeur formée à la pression d'environ 8 atmosphères, ou 120 livres par pouce carré, est admise dans le cylindre pendant le tiers environ de la course du piston ; puis la communication de la chaudière est interceptée, et le piston continue son mouvement au moyen de la détente de la vapeur. Ensuite cette vapeur s'échappe, en général, dans l'atmosphère sans qu'on fasse usage de la condensation.

Dans ces machines la vapeur agit donc par détente, de la même manière que dans celles de Cornouailles ; et ainsi les formules propres à les calculer sont les mêmes que celles que nous avons indiquées dans l'article Ier de ce chapitre. La seule différence est que la quantité P représentera une pression de formation de la vapeur, beaucoup plus considérable, et que la quantité p, au lieu d'exprimer la pression due à la condensation imparfaite de la vapeur, exprimera la pression atmosphérique.

Nous ne donnerons pas ces formules sous leur forme algébrique, puisque ce ne serait que la ré-

pétition pure et simple de celles du chapitre III; mais nous le présenterons sous leur forme numérique, en fixant, par approximation, la valeur des constantes, d'après l'analogie avec les machines de Watt et les machines locomotives, dont nous avons donné plus haut les déterminations.

Pour cela, nous ferons observer que la pression élevée à laquelle on emploie la vapeur dans ce système, permet de donner au cylindre une très petite capacité. Il en résulte que le diamètre du cylindre, dans une machine d'Evans de force moyenne, n'est guère que moitié de celui des moindres machines de Watt dont nous nous sommes occupés, et dans lesquelles le frottement est d'environ 1.5 lb par pouce carré. En supposant donc que le frottement total soit le même dans les deux machines, on voit qu'en le considérant réparti par pouce carré de la surface du piston, il devra exercer dans la machine d'Evans une résistance quadruple de celle qu'il produit dans la machine de Watt; et par conséquent dans les machines de moyenne force d'Evans, le frottement de la machine non chargée doit être évalué à $1.5 \times 4 = 6$ livres par pouce carré, ce qui donne

$$f = 6 \times 144 \text{ lbs.}$$

En outre, on peut admettre encore, comme précédemment, les déterminations suivantes :

Frottement additionnel de la machine, par unité de la résistance qui lui est imposée, $\frac{1}{7}$ de cette résistance; ou $\delta = 0.14$.

Pression atmosph., par pied carré, $p = 14.71 \times 144$ lbs.

Liberté du cylindre, $c = 0.05l$.

Enfin, les coefficients du volume relatif de la vapeur seront, comme dans les machines sans condensation,

$$n = 0.0001421,$$
$$q = 0.00000023.$$

En admettant donc ces données, et se rappelant que la valeur de k est

$$k = \frac{l'}{l'+c} + \log \frac{l+c}{l'+c},$$

on obtient les équations suivantes :

Formules pratiques pour les machines d'Evans
(mesures anglaises).

Cas d'une charge ou d'une vitesse quelconques, avec une détente donnée.

$$v = \frac{S}{a} \cdot \frac{10{,}000k}{6.29 + 0.0023(1+\delta)r + 0.0023f} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

.... Vitesse du piston, en pieds par minute.

$$ar = 4{,}347{,}830 \frac{kS}{(1+\delta)v} - \frac{a}{1+\delta}(2736 + f) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

.... Charge utile du piston, en livres.

$$S = \frac{av}{10,000k}[6.29+0.0023(1+\delta)r+0.0023f]\ldots\ldots$$

.... Vaporisation effective, en pieds cubes d'eau par minute

$E.^{u.} = arv$ .... Effet utile, en livres élevées à 1 pied par minute.

$F.^{u.ch.}\ldots\ldots = \frac{E.^{u.}}{33000}$ .... Force utile, en chevaux.

$E.^{u.1lb.co.}\ldots = \frac{E.^{u.}}{N}$ .... Effet utile d'une livre de combustible, en livres élev. à 1 pied.

$E.^{u.1p.e.}\ldots = \frac{E.^{u.}}{S}$ .... Effet utile d'un pied cube d'eau, en livres élevées à 1 pied.

$Q.^{co.pr.1ch.}\ldots = \frac{33000N}{E.^{u.}}$ .... Quantité de combustible, en livres, qui produit la force d'un cheval.

$Q.^{e.pr.1ch.}\ldots = \frac{33000S}{E.^{u.}}$ .... Quant. d'eau, en pieds cubes, qui produit la force d'un cheval.

$F.^{u.ch.pr.1lb.co.} = \frac{E.^{u.}}{33000N}$ .... Force de chevaux produite par livre de combustible.

$F.^{u.ch.pr.1p.e.}. = \frac{E.^{u.}}{33000S}$ .... Force de chevaux produite par pied cube d'eau vaporisé.

Cas du maximum d'effet utile, avec une détente donnée.

$$v' = \frac{l}{l'+c} \cdot \frac{S}{a} \cdot \frac{10,000}{1.421+0.0023P}.$$ Vitesse du piston, en pieds par minute.

$$ar' = \frac{a}{1+\delta} \cdot \frac{l'+c}{l} k(618 + P) \quad \frac{a}{1+\delta}(2736+f)\ldots$$

.... Charge utile du piston, en livres.

$$S = \frac{l'+c}{l} \cdot \frac{av'}{10000}(1.421+0.0023P)\ldots\ldots\ldots\ldots$$

.... Vaporisation effective, en pieds cubes d'eau par minute.

$E.^{u.max.} = ar'v'$.................. Effet utile, en livres élevées à 1 pied par minute.

Cas du maximum absolu d'effet utile.

$$\frac{l'}{l} = \frac{2736+f}{618+P}$$............. Détente qui produit le maximum absolu d'effet utile.

Cette dernière relation ayant fait connaître la détente qui produit le maximum absolu d'effet utile, en l'introduisant dans les formules qui donnent le maximum d'effet utile pour une détente donnée, on en tirera toutes les déterminations relatives au maximum absolu d'effet utile de la machine.

Comme dans ce système on emploie ordinairement la vapeur à la pression de 120 lbs par pouce

carré, on voit d'après la dernière formule, et en se reportant d'ailleurs à l'évaluation que nous avons faite du frottement, que la détente du maximum absolu d'effet utile y sera généralement donnée par la relation

$$\frac{l'}{l}=\frac{3600}{17898}=0.20;$$

c'est-à-dire que, pour produire les plus grands effets possibles, on devra intercepter l'action de la vapeur environ au cinquième de la course.

Si le calcul se fait en mesures françaises, on aura pour les constantes les valeurs suivantes:

Frottement de la machine sans sa charge, 0.4217 kilogrammes par centimètre carré de la surface du piston; ou $f = 4217$ kilogrammes par mètre carré.

Frottement additionnel de la machine par unité de la résistance, $\frac{1}{7}$ de cette résistance; ou $\delta = 0.14$.

Pression atmosphérique, $p = 10335$ kilogrammes par mètre carré.

Liberté du cylindre, $\frac{1}{20}$ de la course; ou $c = 0.05\,l$.

$n = 0.0001421$,

$q = 0.000000471$.

En admettant donc ces valeurs et se rappelant la valeur de la quantité k, qui est

$$k=\frac{l'}{l'+c}+\log\frac{l+c}{l'+c},$$

on obtiendra les formules suivantes :

Formules pratiques pour les machines d'Evans
(mesures françaises.)

Cas d'une charge ou d'une vitesse quelconques, avec une détente donnée.

$$v = \frac{S}{a} \cdot \frac{10,000k}{6.29 + 0.000471(1+\delta)r + 0.000471f}$$
.... Vitesse du piston, en mètres, par minute.

$$ar = 21,231,420 \frac{kS}{(1+\delta)v} - \frac{a}{(1+\delta)}(13,352 + f) \ldots$$
.... Charge utile du piston, en kilogrammes.

$$S = \frac{av}{10000k}[6.29 + 0.000471(1+\delta)r + 0.000471f] \ldots$$
.... Vaporisation effective, en mètres cubes d'eau par minute.

$E.^{u.} = arv$ .... Effet utile, en kilog. élevés à 1 mètre par minute.

$F.^{u.ch.} \ldots\ldots = \frac{E.^{u.}}{45000}$ .... Force utile, en chevaux.

$E.^{u.1k.co.} \ldots = \frac{E.^{u.}}{N}$ .... Effet utile de 1 kilog. de comb., en kilog. élevés à 1 mètre.

$E.^{u.1m.c.} \ldots = \frac{E.^{u.}}{S}$ .... Effet utile de 1 mètre cube d'eau, en kilog. élevés à 1 mètre.

$Q.^{co.gr.1ch.} \ldots = \frac{4500N}{E.^{u.}}$ .... Quantité de comb., en kilog., qui produit la force d'un cheval.

$Q.^{e.pr.1ch.} = \frac{4500S}{E.^{u.}}$ .... Quant. d'eau, en mètres cubes, qui produit la force d'un cheval.

$F.^{u.ch.pr.1k.co.} = \frac{E.^{u.}}{4500N}$ .... Force de chevaux produite par kilog. de combustible.

$F.^{u.ch.pr.1m.c.} = \frac{E.^{u.}}{4500S}$ .... Force de chevaux produite par mètre cube d'eau vaporisé.

Cas du maximum d'effet utile, avec une détente donnée.

$$v' = \frac{l}{l'+c} \cdot \frac{S}{a} \cdot \frac{10{,}000}{1.421+0.000471P}$$ .... Vitesse du piston, en mètres par minute.

$$ar' = \frac{a}{1+\delta} \cdot \frac{l'+c}{l} k(3017+P) - \frac{a}{1+\delta}(13{,}352+f)$$ .... Charge utile du piston, en kilogram.

$$S = \frac{l'+c}{l} \cdot \frac{av'}{10000}(1.421+0.000471P)$$ .... Vaporisation effective, en mètres cubes d'eau par minute.

$E.^{u.max.} = ar'v'$ .... Effet utile maximum, en kilog. élevés à 1 mètre par minute.

Cas du maximum absolu d'effet utile.

$$\frac{l'}{l} = \frac{13{,}352+f}{3017+P}$$ .... Détente qui produit le max. absolu d'effet utile.

La dernière de ces relations ayant fait connaître la valeur de $\frac{r}{l}$, ou la détente qui convient à la production du maximum absolu d'effet utile pour la machine en question, on cherchera les effets maxima que la machine peut produire avec cette détente; et ce seront par conséquent les effets maxima absolus de la machine, puisque la détente trouvée est la plus favorable qui puisse être employée dans cette machine.

CHAPITRE X.

MACHINES DE WATT À SIMPLE EFFET.

ARTICLE PREMIER.

THÉORIE DE LA MACHINE DE WATT A SIMPLE EFFET.

§ Ier. *Du Réglement de la machine.*

Dans les machines de Watt à simple effet, l'action de la vapeur est appliquée uniquement sur la face supérieure du piston, et l'action de la machine, pour élever l'eau dans les pompes d'épuisement, ou pour produire l'effet utile, ne s'exerce que pendant la course descendante du piston. C'est ce qui a fait donner à ces machines le nom de machines à simple effet.

La communication étant d'abord ouverte entre la chaudière et la partie supérieure du cylindre, d'une part, et entre la partie inférieure du cylindre et le condenseur, d'autre part, la vapeur de la chaudière arrive dans le cylindre, et presse avec toute sa force au-dessus du piston, tandis qu'au-dessous, la vapeur qui a servi à la course antérieure, se trouve condensée. Le piston commence donc sa course descendante. Après qu'il en a parcouru une certaine portion, la communication de la chaudière au cylindre est interceptée. Le pis-

ton poursuit néanmoins encore son mouvement par l'effet de la détente de la vapeur qui a pénétré jusque alors dans le cylindre. Mais quand il est parvenu près de la fin de sa course, une soupape nommée soupape d'équilibre, établit, en s'ouvrant, une libre communication entre les deux portions, supérieure et inférieure, du cylindre. Alors la vapeur se répand des deux côtés du piston, et celui-ci se trouve en équilibre dans la vapeur, c'est-à-dire pressé également sur ses deux faces. Il y a par conséquent cessation totale dans l'action de la force motrice, et comme la résistance opposée par la charge reste la même, le piston déjà ralenti pendant l'action décroissante de la détente, se trouve promptement ramené au repos.

Le piston est alors parvenu au bas du cylindre, et comme la soupape d'équilibre continue toujours d'être ouverte, le piston continue aussi d'être en équilibre dans la vapeur. D'un autre côté, pendant la course qui vient de s'opérer, un contrepoids suspendu à l'extrémité opposée du balancier, a été élevé en même temps que la charge. Il tend donc maintenant à redescendre par l'effet de son poids, et par conséquent à faire remonter le piston dans le cylindre. Le piston, d'ailleurs, ne porte plus aucune charge qui puisse s'opposer à ce mouvement, puisque l'action de la pompe d'épuisement ou de la charge de la machine ne s'exerce que quand le piston tend à descendre, et qu'en ce moment il tend au contraire à remonter. Il n'y a

donc que le frottement propre de la machine qui fasse résistance à l'effort du contre-poids; mais comme on donne à celui-ci un poids suffisant pour qu'il puisse surmonter le frottement de la machine, il s'ensuit que le piston est enlevé et ramené au sommet du cylindre.

Ainsi les choses se trouvent replacées au même état qu'à l'origine, et l'action de la vapeur recommence, pour faire exécuter au piston une nouvelle course descendante.

En comparant ces machines à celles que nous avons traitées jusqu'ici, on voit qu'elles en diffèrent par trois circonstances : 1° le contre-poids agit alternativement comme résistance et comme force motrice : 2° pendant son action comme force motrice, il exécute le mouvement par l'effet de sa chute; 3° il n'y a ni continuité, ni uniformité dans le mouvement de la résistance. Il convient donc d'examiner si ces circonstances doivent changer les bases qui nous ont servi à établir la théorie des autres machines.

1°. Relativement à l'action alternative du contre-poids comme résistance et comme force motrice, il n'en doit résulter aucun changement dans le mode de raisonner; car ce contre-poids agit précisément à la manière d'un volant ordinaire, tel qu'il en existe dans les machines que nous avons traitées jusqu'à présent. En effet, le mouvement de la machine à simple effet se compose de deux parties distinctes : 1° la course descen-

dante, pendant laquelle l'eau est élevée dans les pompes d'épuisement, c'est-à-dire pendant laquelle l'effet utile se produit; et 2° la course remontante exécutée par le contrepoids, et qui n'est accompagnée d'aucun effet utile : tout consistant, pour cette course, à replacer les choses dans le même état qu'à l'origine, afin que la vapeur soit mise en état d'agir de nouveau. Or, pendant la première période de ce mouvement, une certaine quantité de travail est communiquée au contre-poids, en l'élevant à une certaine hauteur; et pendant la seconde période, il ne fait que restituer cette quantité de travail à la machine, par sa descente de la même hauteur où il était monté. Son rôle se borne donc à recueillir d'abord une certaine quantité d'action, pour la délivrer ensuite en temps opportun, pendant la suspension d'effort de la force motrice; et par conséquent son action est de même nature que celle d'un volant ordinaire.

2°. Pendant la course montante du piston, la gravité du contre-poids devient la force motrice du mouvement, et il est incontestable que la vitesse qui se produit dans cette course, dépend de la supériorité du contre-poids sur la résistance alors opposée par la machine. Si donc on voulait faire une distinction entre la vitesse de la course descendante et celle de la course montante du piston, il faudrait nécessairement calculer la seconde d'après les circonstances de la chute du contre-poids. Mais on remarquera que, pour la machine, une

oscillation *complète* se compose d'une course montante et d'une course descendante du piston. Il importe peu qu'une course soit très rapide et l'autre très lente; il n'y aura jamais une oscillation nouvelle, que le temps nécessaire à l'une et à l'autre des deux courses ne se soit écoulé. Si leurs vitesses respectives sont égales, le mouvement du piston, pendant la durée de l'oscillation, sera régulier; si elles sont inégales, au contraire, ce mouvement se trouvera accéléré en un point et retardé en un autre. Mais dans un cas comme dans l'autre, la véritable vitesse de la machine, celle que l'on a besoin de connaître pour calculer son effet utile, sera toujours la vitesse *moyenne* des deux courses.

En effet, dès que nous connaîtrons seulement le nombre des oscillations complètes que donne la machine par minute, nous aurons nécessairement aussi son effet utile; puisqu'à chaque oscillation complète, nous savons que la charge avance de la longueur d'une course.

Ainsi, d'abord, la vitesse que l'on a besoin de connaître pour calculer l'effet utile, n'est pas la vitesse avec laquelle s'exécute la course montante ou la course descendante du piston, mais bien la vitesse moyenne prise sur l'ensemble des deux courses. Or, celle-ci est nécessairement réglée *à priori* par la production de vapeur dans la chaudière, et peut se calculer directement d'après cette donnée. Car, si la chaudière produit par minute et transmet au cylindre, une certaine quantité de

vapeur dont le volume soit connu, il est clair que, puisque ce volume de vapeur s'écoule par le cylindre dans une minute, en le divisant par la contenance du cylindre, on aura le nombre des oscillations complètes qu'il fournira pour la machine. Ce sera donc la vitesse moyenne du piston; et cela, quelque rapide qu'ait été d'ailleurs le mouvement du piston en un point de son oscillation, et quelque lent, au contraire, qu'il ait pu se trouver en un autre point de cette même oscillation.

Quant à la plus ou moins grande vitesse du piston pendant la course montante, tout étant supposé le même, du reste, dans la machine, elle ne changera rien à la vitesse moyenne qui se produira. En effet, si l'on fait exécuter la course montante du piston dans un temps plus long, comme l'écoulement de la vapeur par le cylindre n'a lieu que pendant les courses descendantes, il arrivera que les interruptions successives ainsi mises à l'écoulement de la vapeur, seront d'autant plus longues. Mais puisque la production de vapeur par minute dans la chaudière est une quantité fixe et déterminée, et que son écoulement par le cylindre se trouvera maintenant suspendu pendant un temps plus long, cette vapeur s'amassera durant cet intervalle dans la chaudière. A l'origine de la course descendante, il s'en trouvera donc une plus grande quantité susceptible d'être appliquée à produire le mouvement; et elle pourra suppléer par conséquent à une vitesse d'autant plus grande de cette course.

Donc la vitesse de la course descendante augmentera à mesure que celle de la course montante diminuera. Si au contraire la course montante se fait plus rapidement, la vapeur s'amassera en moindre quantité durant l'intervalle des courses montantes, et elle pourra fournir par conséquent à un moindre dégagement de vapeur, c'est-à-dire à une moindre vitesse du piston, pendant la course descendante. Ainsi dans tous les cas, la vitesse de la course descendante variera en sens contraire de celle de la course montante, et la vitesse moyenne ou définitive, sera toujours réglée par le nombre des cylindres pleins de vapeur que la chaudière fournit par minute. Il ne pourrait y avoir qu'un cas où cette règle serait en défaut. C'est celui où le mouvement de la course montante serait tellement lent que le temps laissé à la sortie de la vapeur pendant les courses descendantes, deviendrait insuffisant pour l'écoulement total de la vapeur formée par minute dans la chaudière, et qu'une partie de la vapeur s'échapperait par les soupapes. Alors la vitesse moyenne ne pourrait plus se calculer comme précédemment, sur l'écoulement total de la vapeur formée, puisque cet écoulement total n'aurait plus lieu. Mais comme, dans les machines à simple effet, on a toujours soin d'adopter un contre-poids capable d'exécuter la course inutile, avec une vitesse à peu près égale à celle que l'on veut donner à la course utile, cette lenteur excessive de l'une des deux courses ne se présente jamais dans la pra-

tique, et il n'est pas nécessaire de s'arrêter à cette supposition.

On voit par-là que l'usage du contre-poids n'empêche pas qu'on ne doive toujours calculer la vitesse de la machine sur la production de vapeur de la chaudière.

3°. Ces machines ne sont pas munies d'un volant, et le mouvement de la résistance n'y est ni continu ni uniforme. Mais la conservation de la machine exige qu'on y régularise et qu'on y modère les effets de la force motrice, de telle sorte qu'à la fin de chaque alternation de mouvement, le piston se trouve ramené au repos sans choc et par degrés insensibles. Il ne se produit donc aucune perte de force vive; et par conséquent, dans ces machines comme dans celles à double effet, il y a toujours égalité entre le travail appliqué par la puissance et celui qui est exécuté par la résistance. Il est seulement nécessaire, avant d'aller plus loin, d'expliquer comment ce règlement de la machine peut être obtenu dans la pratique, tant dans la course descendante que dans la course remontante du piston.

Pour cela, pendant la course descendante, on a soin de n'admettre de vapeur dans le cylindre, que juste ce qu'il en faut pour que le piston soit conduit par la détente de cette vapeur jusqu'au point où doit se terminer sa course, et qu'il s'y arrête de lui-même sans le dépasser ou s'arrêter auparavant. Cet effet s'obtient facilement par tâ-

tonnement, au moment de la mise en train de la machine. On admet avec précaution une très petite quantité de vapeur dans le cylindre, puis on l'augmente de plus en plus jusqu'à ce qu'on voie que le piston atteint précisément le point marqué pour la fin de sa course; et si l'on trouve que le piston dépasse ce point et vient frapper les ressorts qui protégent le fond du cylindre, c'est une preuve que la quantité de vapeur admise est trop grande, et on la réduit en conséquence, jusqu'à ce qu'on ait obtenu le règlement désiré.

Pendant la course remontante, au contraire, comme le piston ne remonte librement dans le cylindre, que parce que la soupape d'équilibre permet à la vapeur qui se trouve dans la partie supérieure du cylindre, de passer dans la partie inférieure et de faire place au piston, on referme cette soupape d'équilibre un peu avant le point où l'on veut que le piston s'arrête. Alors celui-ci continuant encore quelque temps son mouvement en vertu de sa vitesse acquise et de l'effort du contre-poids, la vapeur qui est située dans la partie inférieure du cylindre, se dilate à mesure que la progression du piston lui abandonne un espace plus considérable, et celle qui est interceptée dans la partie supérieure, se trouve au contraire graduellement comprimée et acquiert par conséquent une force élastique de plus en plus grande. Ainsi la différence des deux pressions s'augmentant de plus en plus, et créant une résistance toujours

croissante contre le mouvement du piston, finit par le ramener doucement au repos. Dans la pratique, ce réglement s'obtient encore par tâtonnement, en fermant la soupape d'équilibre un peu plus tôt ou un peu plus tard, selon qu'on voit le piston s'approcher trop du fond du cylindre, ou ne s'en approcher pas assez. En outre, dans ce réglement de la soupape d'équilibre, on remarquera que la vapeur refoulée dans le haut du cylindre recueille tout le travail développé par le piston pendant qu'il est ramené au repos, et qu'à cet état de compression, elle contribue ensuite à produire la nouvelle course descendante du piston; d'où résulte qu'il n'y a aucune perte d'action, et que la dépense de vapeur ne se compose que de la portion qui est restée interceptée au-dessous du piston.

Cet ajustement préalable de la machine doit nécessairement être changé, chaque fois que la charge varie; mais une fois qu'il est effectué, c'est-à-dire dès que la machine est arrivée à sa marche régulière, le piston se trouve toujours, dans un sens et dans l'autre, ramené au repos par degrés insensibles et sans perte de force vive. Ainsi, dans les machines à simple effet, aussi bien que dans les machines de divers systèmes que nous avons traitées déjà, il y a toujours égalité entre le travail développé par la puissance et celui qui est exécuté par la résistance; et par conséquent nous pourrons appliquer à ces machines, le même mode de raisonnement dont nous avons fait usage jusqu'ici.

On doit seulement observer qu'il est nécessaire d'établir ici une distinction entre la course descendante et la course montante du piston, et que l'égalité de travail produit par la puissance et par la résistance, a lieu dans chacune séparément. Cette double condition fournira donc d'abord deux équations propres à faire connaître par le calcul, la détente de la vapeur dans la course descendante, et l'arrêt de la soupape d'équilibre dans la course contraire. Ensuite, pour déterminer la vitesse de la machine, il restera la condition que la dépense de vapeur soit égale à sa production. Nous allons établir d'abord ces trois équations fondamentales, puis nous chercherons à en déduire les formules propres à la solution des diverses questions que peuvent présenter ces machines.

§ 2. *Des effets de la machine, dans le cas d'un contrepoids donné, avec une charge ou une vitesse quelconques.*

Nous distinguons trois cas dans le travail des machines à simple effet : celui où elles travaillent avec un contre-poids donné, et une charge et une vitesse *quelconques ;* celui où elles travaillent avec un contre-poids donné et la charge ou la vitesse qui produisent le *maximum d'effet utile avec ce contre-poids ;* et enfin, celui où le contre-poids ayant d'abord été réglé à sa mesure la plus avantageuse pour la machine, on donne en outre à celle-ci la

charge la plus avantageuse pour ce contre-poids, ce qui produit par conséquent le *maximum absolu d'effet utile* qu'il est possible d'obtenir de la machine.

Dans les machines rotatives, ou à double effet, que nous avons traitées précédemment, nous avons vu qu'au moment du départ de la machine, la vapeur pénétrait dans le cylindre avec une pression égale à celle de la chaudière; mais que par l'effet de la continuité de mouvement et de l'interposition d'un volant, l'impulsion donnée au piston pendant une course, se continuait dans la course suivante. La vitesse du piston s'accélerait donc peu à peu par l'addition de nouvelles quantités de mouvement, et la pression de la vapeur dans le cylindre baissait en même temps; jusqu'à ce qu'enfin le piston fût parvenu à la plus grande vitesse que la force motrice fût capable de lui imprimer, avec la charge imposée à la machine. Alors le mouvement cessait de s'accélérer. Il restait à l'état d'uniformité, ou plutôt à l'état qui produisait l'uniformité dans le mouvement de la résistance, et cette condition réglait la pression que la vapeur devait définitivement acquérir dans le cylindre, pendant toute la durée du mouvement uniforme. Cette pression dans le cylindre pouvait donc alors se trouver, dans certains cas, de beaucoup inférieure à celle de la vapeur dans la chaudière.

Mais cette circonstance ne se présente plus dans les machines que nous considérons mainte-

nant, parce que le mouvement n'y étant pas continu, ou ramené à la continuité par l'emploi d'un volant régulier, les impulsions données au piston pendant une course, ne peuvent se transmettre à la course suivante. Le piston se trouve donc toujours placé dans les conditions où il était à l'instant du départ seulement dans les machines rotatives à volant; et par conséquent, la cause qui produisait la diminution de pression de la vapeur dans le cylindre n'existant plus, il ne se crée entre les deux vases, que la différence de pression résultante de la force employée à franchir les passages étroits qui séparent la chaudière du cylindre. Mais comme, avec les dimensions en usage dans les machines, on trouve que la diminution de pression due à cette cause seule est de peu d'importance, nous la négligerons ici, comme nous l'avons fait en calculant la charge maximum des machines rotatives. Du reste, il est facile de voir que, si l'on veut ensuite tenir compte de cette différence, il n'y aura qu'à attribuer à la force que nous allons introduire dans nos calculs, une valeur non pas précisément égale à la pression de la chaudière, mais un peu inférieure, selon son intensité donnée par les formules de l'écoulement des gaz.

Cela posé, pour considérer d'abord la course descendante du piston, le travail appliqué par la vapeur, tant par son action directe, que par sa détente, doit se retrouver en entier dans le travail exécuté par la résistance. Or, en adoptant

toutes les notations employées jusqu'ici, c'est-à-dire en appelant P la pression de la vapeur dans la chaudière, a l'aire du cylindre, l la course du piston, et l' la portion de cette course parcourue avant le commencement de la détente, et en se reportant d'ailleurs au calcul qui a été développé dans le paragraphe 2 de l'article I[er] du chapitre III, on aura pour le travail exécuté par l'arrivée directe et par la détente de la vapeur dans le cylindre, l'expression suivante:

$$a(l'+c)\left(\frac{n}{q}+\mathrm{P}\right)\left(\frac{l'}{l'+c}+\log\frac{l+c}{l'+c}\right)-\frac{n}{q}al.$$

D'un autre côté, la résistance se compose alors de la charge r mesurée par unité de la surface du piston; du frottement $f'+\delta r$ de la machine chargée de la résistance r, en appelant f' le frottement de la machine non chargée, et δ l'accroissement que subit ce frottement par unité de la charge; du contre-poids que nous exprimerons par Π, en le supposant réparti par unité de surface du piston; et enfin de la pression p subsistant sous le piston, en raison de la condensation imparfaite de la vapeur. Le travail exécuté pendant la course par l'ensemble de ces diverses résistances, sera donc

$$[(1+\delta)r+p+f'+\Pi]al.$$

Par conséquent on aura la relation

$$a(l'+c)\left(\frac{n}{q}+\mathrm{P}\right)\left(\frac{l'}{l'+c}+\log\frac{l+c}{l'+c}\right)-\frac{n}{q}al=[(1+\delta)r+p+f'+\Pi]al;$$

et en écrivant, pour simplifier

$$k' = \frac{l'+c}{l}\left(\frac{l'}{l'+c} + \log\frac{l+c}{l'+c}\right),$$

l'expression obtenue plus haut, deviendra

$$\left(\frac{n}{q}+P\right)k' = \frac{n}{q} + (1+\delta)r + p + f' + \Pi;$$

ou bien

$$k' = \frac{\frac{n}{q} + (1+\delta)r + p + f' + \Pi}{\frac{n}{q}+P} \ldots\ldots (A)$$

Ce sera donc la première des relations cherchées, entre les données et les inconnues du problème.

Pour avoir maintenant la relation pareille pour la course montante, il faut exprimer que la même égalité y existe entre les quantités d'action développées par la puissance et par la résistance.

Or la puissance est ici le contre-poids; et la résistance se compose d'abord de l'opposition exercée par la vapeur après la fermeture de la soupape d'équilibre, et ensuite du frottement de la machine. Nous entendons ici, par frottement, la somme de toutes les résistances que doit surmonter la machine pour opérer son mouvement: c'est-à-dire, non-seulement le frottement des divers joints du mécanisme, mais encore la résistance due à la pénétration du piston des pompes dans l'eau d'épuisement, résistance qui n'a pas lieu dans la course montante. Le frottement de la machine

non chargée, dans cette course, n'est donc pas exactement le même que le frottement de la machine supposée non chargée dans la course descendante, et nous l'exprimerons en conséquence par f'', au lieu de f'.

Cela posé, la quantité de travail développée par le contre-poids durant la course est

$$\Pi al;$$

et celle développée par le frottement est

$$f''al.$$

Quant à celle qui est développée par la résistance de la vapeur, elle exige un court calcul, analogue à celui qui a été fait déjà pour la détente.

Pendant le mouvement ascendant du piston, et avant la fermeture de la soupape d'équilibre, la pression de la vapeur située au-dessus du piston est nécessairement un peu plus considérable que celle de la vapeur située au-dessous, ainsi que nous l'avons vu il y a un instant, à l'égard de la pression de la chaudière comparée à celle du cylindre. Cependant, comme la différence entre ces deux pressions peut être négligée sans erreur, nous supposerons ici que, jusqu'au moment de la fermeture de la soupape d'équilibre, le piston se trouve en équilibre dans la vapeur, c'est-à-dire se trouve pressé également sur ses deux faces.

Or pendant tout le temps que la soupape d'équilibre reste ouverte, les deux parties du cylindre

se trouvent occupées par la vapeur qui a subi la détente dans la course descendante antérieure. Cette vapeur, au moment où elle est arrivée dans le cylindre, avait la pression P, et elle occupait la longueur $(l'+c)$ du cylindre. En ce moment, elle se trouve répandue dans toute la totalité du cylindre, y compris les deux espaces libres que ne parcourt pas le piston. Donc, d'après la relation (c), démontrée entre les volumes et les pressions d'un même poids de vapeur pendant son action dans les machines (chapitre III, art. Ier, § 2), la pression de la vapeur après sa dilatation dans les deux parties du cylindre, est devenue

$$\varpi = \left(\frac{n}{q} + \mathrm{P}\right)\frac{l'+c}{l+2c} - \frac{n}{q}.$$

Cela posé, soit l'' la longueur déjà parcourue par le piston dans sa course montante, au moment où l'on ferme la soupape d'équilibre. A partir de ce point, le piston continuant encore son mouvement en vertu de sa vitesse acquise et de l'effort du contre-poids, la vapeur enfermée *au-dessus* et qui ne peut plus s'échapper, prend par la compression une force élastique de plus en plus grande; et celle qui existe *au-dessous* en prend au contraire une de plus en plus petite.

Soit donc le piston parvenu à la distance λ du commencement de sa course, et soit en ce point ϖ' la pression de la vapeur inférieure au piston, et ϖ'' celle de la vapeur qui lui est supérieure.

Supposons alors que le piston parcoure de plus un espace élémentaire $d\lambda$, le travail correspondant, produit par la résistance de la vapeur, sera

$$(\varpi'' - \varpi')\,ad\lambda.$$

Mais comme les pressions ϖ'' et ϖ', qui ont lieu dans les deux parties du cylindre, résultent des espaces respectivement occupés par la vapeur, soit au-dessus soit au-dessous du piston, et qu'à l'origine de cette compression et de cette dilatation de la vapeur, les deux portions considérées du cylindre étaient remplies de vapeur à la pression ϖ, on aura encore, entre les pressions et les volumes respectivement occupés par la vapeur, la relation

$$\varpi'' = \left(\frac{n}{q} + \varpi\right)\frac{l-l''+c}{l-\lambda+c} - \frac{n}{q},$$

et

$$\varpi' = \left(\frac{n}{q} + \varpi\right)\frac{l''+c}{\lambda+c} - \frac{n}{q}.$$

Donc le travail élémentaire ci-dessus, sera

$$(\varpi''-\varpi')ad\lambda = a\left(\frac{n}{q}+\varpi\right)\left[(l-l''+c)\frac{d\lambda}{l-\lambda+c} - (l''+c)\frac{d\lambda}{\lambda+c}\right].$$

Ou bien, en mettant pour ϖ sa valeur donnée plus haut, cette expression deviendra

$$(\varpi''-\varpi')ad\lambda = a\frac{l'+c}{l+2c}\left(\frac{n}{q}+P\right)\left[(l-l''+c)\frac{d\lambda}{l-\lambda+c} - (l''+c)\frac{d\lambda}{\lambda+c}\right].$$

Actuellement, comme cet effet de compression d'un côté et de dilatation de l'autre, se produit

depuis la longueur l'' du cylindre, jusqu'à la fin de la course, en prenant l'intégrale de cette expression entre les limites l'' et l, on aura la quantité de travail total développée par la vapeur dans son action résistante contre le piston, savoir :

$$a\frac{l'+c}{l+2c}\left(\frac{n}{q}+\text{P}\right)\left[(l-l''+c)\log\frac{l-l''+c}{c}-(l''+c)\log\frac{l+c}{l''+c}\right].$$

Mais si l'on fait, pour abréger,

$$k''=\frac{l-l''+c}{l}\log\frac{l-l''+c}{c}-\frac{l''+c}{l}\log\frac{l+c}{l''+c},$$

on pourra écrire l'expression précédemment obtenue, sous la forme

$$k''al\left(\frac{n}{q}+\text{P}\right)\frac{l'+c}{l+2c}.$$

Par conséquent, en se reportant à ce qu'on a dit plus haut du travail exécuté pendant la même course, par le contre-poids et le frottement de la machine, on trouvera que l'égalité entre l'action développée par la puissance et celle développée par la résistance, pendant la course montante du piston, produit l'équation

$$k''al\left(\frac{n}{q}+\text{P}\right)\frac{l'+c}{l+2c}+f''al=\Pi al,$$

ou

$$k''=\frac{l+2c}{l+c}\cdot\frac{\Pi-f''}{\frac{n}{q}+\text{P}}\ldots\ldots\ldots\text{(B)}$$

C'est donc la seconde relation cherchée entre les données et les inconnues du problème.

Enfin, pour obtenir la troisième relation, exprimant l'égalité entre la dépense et la production de vapeur, il faut observer qu'il ne se condense, et par conséquent qu'il ne se dépense, à chaque coup de piston, que la vapeur qui, pendant la course remontante, est passée au-dessous du piston. Quant à celle qui a été interceptée au-dessus, elle se trouve refoulée vers la chaudière et sert à la course suivante.

Or le volume de cette vapeur, qui doit être condensée à chaque coup de piston, pris au moment où l'on en fait la séparation, est

$$a(l'' + c);$$

et sa pression est alors

$$\pi = \left(\frac{n}{q} + \mathrm{P}\right)\frac{l' + c}{l + 2c} - \frac{n}{q}.$$

S'il se donne un nombre M de coups de piston par minute, le volume de cette vapeur dépensé par minute, sera donc

$$\mathrm{M}a(l'' + c).$$

Mais V étant la vitesse moyenne du piston, ou l'espace qu'il parcourt dans une minute, tant en montant qu'en descendant, on aura $\mathrm{V} = 2\mathrm{M}l$; ou bien, si, pour se conformer à l'usage adopté avec raison pour ces machines, on ne compte que l'espace v parcouru par le piston en produisant l'effet

utile, espace qui est moitié de celui parcouru par le piston dans les deux courses, on aura

$$v = Ml, \text{ ou } M = \frac{v}{l}.$$

Donc le volume ci-dessus, dépensé par le cylindre, pourra être exprimé par

$$av\frac{l'' + c}{l}.$$

D'un autre côté, si l'on représente par S le volume d'eau vaporisé par minute dans la chaudière, le volume de vapeur qui en résultera sous la pression P de production, sera, d'après ce que nous avons vu (équ. *a*),

$$\frac{S}{n + qP}.$$

Ce sera le volume occupé par la vapeur sous la pression P; mais en passant à la pression ϖ, qui est celle à laquelle nous mesurons la vapeur dépensée, ce volume deviendra

$$\frac{S}{n+qP} \cdot \frac{n + qP}{n+q\varpi} = \frac{S}{n+q\varpi}.$$

Donc, puisque la dépense du cylindre est égale à la production de la chaudière, on aura

$$av\frac{l'' + c}{l} = \frac{S}{n+q\varpi};$$

ou bien, en mettant ϖ sa valeur, et résolvant

l'équation par rapport à v,

$$v=\frac{l}{l''+c}\cdot\frac{l+2c}{l'+c}\cdot\frac{S}{a}\cdot\frac{1}{n+qP},\ldots\ldots (1)$$

qui est la troisième relation cherchée.

Par conséquent, en y joignant les deux autres relations déjà obtenues, et résolvant successivement ces équations par rapport aux quantités r, et S, on obtiendra définitivement les formules suivantes :

$$k'=\frac{\frac{n}{q}+(1+\delta)\,r+p+f'+\Pi}{\frac{n}{q}+P}\ldots\ldots (A)$$

$$k''=\frac{l+2c}{l'+c}\cdot\frac{\Pi-f''}{\frac{n}{q}+P}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (B)$$

$$v=\frac{l}{l''+c}\cdot\frac{l+2c}{l'+c}\cdot\frac{S}{a}\cdot\frac{1}{n+qP},\ \ldots\ldots\ldots (1)$$

$$ar=\frac{a}{1+\delta}k'\left(\frac{n}{q}+P\right)-\frac{a}{1+\delta}\left(\frac{n}{q}+p+f'+\Pi\right).(2)$$

$$S=\frac{l''+c}{l}\cdot\frac{l'+c}{l+2c}\,av\,(n+qP)\ldots\ldots\ldots (3)$$

$$E.^{u}=arv\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

Dans ces équations, k' et k'' représentent les expressions indiquées un peu plus haut, savoir :

$$k'=\frac{l'+c}{l}\left(\frac{l'}{l'+c}+\log\frac{l+c}{l'+c}\right),$$

$$k''=\frac{l-l''+c}{l}\log\frac{l-l''+c}{c}-\frac{l''+c}{l}\log\frac{l+c}{l''+c}.$$

§ 3. *De la vitesse de la machine, avec une charge donnée.*

Les équations (A), (B), (1), (2), (3) et (4) résolvent tous les problèmes relatifs au calcul des machines de Watt à simple effet. Cependant, comme la nature des expressions que nous avons représentées par k' et k'' dans les équations (A) et (B), ne permet pas d'effectuer une élimination entre ces équations et l'équation (1); et qu'ainsi on ne peut arriver à une expression directe de la vitesse en fonction de la charge, ou de la charge en fonction de la vitesse, comme nous avons pu le faire dans les formules des machines rotatives, nous devons nous arrêter un instant sur le mode de calcul qu'il convient de suivre, pour arriver à la solution des divers problèmes qui peuvent se présenter.

Supposons qu'il s'agisse de déterminer la vitesse à laquelle une machine, entièrement connue du reste, mettra en mouvement une charge donnée r.

On commencera par introduire la valeur donnée de r dans l'équation (A),

$$k' = \frac{\frac{n}{q} + (1 + \delta) r + p + f' + \Pi}{\frac{n}{q} + P}.$$

On aura ainsi la valeur de k'. En cherchant alors dans la première des deux tables que nous don-

nerons un peu plus loin, on y trouvera immédiatement et sans calcul la valeur correspondante de $\frac{l'}{l}$.

On introduira alors cette valeur de $\frac{l'}{l}$ dans l'équation (B),

$$k'' = \frac{l + 2c}{l' + c} \cdot \frac{n - f''}{\frac{n}{q} + P}.$$

Le résultat donnera la valeur de k'', et par conséquent en cherchant cette valeur dans la seconde des deux tables mentionnées, on y trouvera inscrite la valeur correspondante de $\frac{l''}{l}$.

Enfin, les deux valeurs de $\frac{l'}{l}$ et $\frac{l''}{l}$ ainsi trouvées, seront substituées dans l'équation (1)

$$v = \frac{l}{l'' + c} \cdot \frac{l + 2c}{l' + c} \cdot \frac{S}{a} \cdot \frac{1}{n + qP};$$

et cette opération fera définitivement connaître la vitesse cherchée.

§ 4. *De la charge de la machine, avec une vitesse donnée.*

Supposons que l'on donne la vitesse de la machine, et que l'on cherche la charge qu'elle pourra mettre en mouvement à cette vitesse.

On observera qu'en tirant de l'équation (B), la

valeur de $\frac{l+2c}{l'+c}$; et la substituant dans l'équation (1), celle-ci devient

$$v = \frac{1}{q} \cdot \frac{l}{l''+c} \cdot \frac{S}{a} \cdot \frac{k''}{\Pi - f''};$$

ou bien

$$\frac{l}{l''+c} k'' = \frac{\Pi - f''}{S} qav.$$

C'est donc la relation propre à donner la valeur de k''. En y substituant pour v la vitesse donnée, on trouvera le nombre qui représente l'expression

$$\frac{l}{l''+c} k'';$$

et en cherchant ce nombre dans la table n° II, on y trouvera immédiatement la valeur correspondante de $\frac{l''}{l}$ et celle de k''.

La valeur de $\frac{l''}{l}$ étant connue, il faudra calculer $\frac{l'}{l}$. Pour cela, l'équation (B) fournira la relation

$$\frac{l'+c}{l} = \frac{l+2c}{l} \cdot \frac{\Pi - f''}{\left(\frac{n}{q}+P\right)k''}.$$

Comme on connaît la valeur de k'' au moyen de la recherche précédente, en la substituant dans l'équation qu'on vient de donner, on en conclura $\frac{l'}{l}$, et par suite k' au moyen de la table n° I. Par

conséquent enfin, en mettant la valeur de k' dans l'équation (2)

$$ar = \frac{a}{1+\delta} k' \left(\frac{n}{q} + \mathrm{P}\right) - \frac{a}{1+\delta} \left(\frac{n}{q} + p + f' + \Pi\right),$$

on obtiendra définitivement la charge ar, correspondante à la vitesse v.

§ 5. *De la vaporisation nécessaire pour produire des effets voulus.*

Supposons que l'on cherche la vaporisation que doit avoir la machine, pour mettre en mouvement une charge donnée à une vitesse voulue.

On calculera au moyen des deux formules (A) et (B), les valeurs de $\frac{l'}{l}$ et $\frac{l''}{l}$, et en les substituant, avec la vitesse v, dans l'équation (3)

$$\mathrm{S} = \frac{l'' + c}{l} \cdot \frac{l' + c}{l + 2c} \, av (n + q\mathrm{P}),$$

on en conclura la vaporisation cherchée.

§ 6. *Des effets utiles de la machine.*

Supposons que l'on cherche l'effet utile que peut produire la machine avec une charge donnée.

On cherchera d'abord la vitesse correspondante à cette charge, par le procédé indiqué plus haut; puis, en multipliant cette vitesse par la charge donnée, on obtiendra l'effet utile correspondant, savoir :

$$\mathrm{E.^{u.}} = arv.$$

Si la vitesse était donnée au lieu de la charge, on chercherait la charge correspondante à cette vitesse, et le produit *arv*, de cette charge par la vitesse donnée, serait l'effet utile cherché.

Toutes les diverses expressions de l'effet utile se concluront de la connaissance du produit *arv*, par les formules déjà données dans le § 5 de l'article Ier du chapitre III.

§ 7. *De la charge et de la vitesse qui correspondent à une détente donnée.*

Enfin, comme dans ces machines la détente est essentiellement liée à la charge, de telle sorte que l'une étant donnée, l'autre s'ensuit nécessairement; il peut arriver qu'on ait fixé d'avance la détente à laquelle on veut faire travailler la machine, et qu'on cherche d'abord quelle charge elle pourra mettre en mouvement avec cette détente, et ensuite quelle vitesse elle prendra avec cette charge.

Alors la quantité $\frac{l'}{l}$ sera donnée *à priori*, et par conséquent on aura aussi la valeur correspondante de k', que l'on trouvera à simple vue dans la table n° I. Cela posé, l'équation (2), savoir

$$ar = \frac{a}{1+\delta} k' \left(\frac{n}{q} + \text{P}\right) - \frac{a}{1+\delta}\left(\frac{n}{q} + p + f' + \Pi\right)$$

fera immédiatement connaître la charge r; et celle-ci une fois connue, on en déduira la vitesse cor-

respondante, comme dans le premier problème que nous avons traité plus haut, § 3.

Ainsi l'on voit que les diverses questions qui peuvent se présenter dans le calcul des machines à simple effet, se résoudront d'une manière moins directe il est vrai, mais néanmoins à peu près aussi simple que ceux qui concernent les machines rotatives ou à double effet.

§ 8. *Détermination du frottement de la machine non chargée, et de son frottement additionnel par unité de la charge.*

L'emploi des formules que nous venons de présenter suppose que l'on connaît, ou du moins que l'on est en état d'évaluer, le frottement f' de la machine non chargée dans la course descendante, le surplus δ, que subit ce frottement par unité de la charge imposée à la machine, et enfin le frottement f'' de la machine dans la course montante. Il reste donc à donner les moyens de déterminer ces trois quantités.

Pour cela, on observera que l'équation (A) est générale, ou qu'on a toujours la relation

$$\frac{n}{q} + (1+\delta)r + p + f' + \Pi = \left(\frac{n}{q} + \mathrm{P}\right)k'.$$

Cette relation existera par conséquent aussi quand la charge de la machine sera nulle, c'est-à-dire

quand on aura $r = 0$. Ainsi, pour ce cas, on aura

$$\frac{n}{q} + p + f' + \Pi = \left(\frac{n}{q} + P\right)k',$$

qui donne

$$f' = \left(\frac{n}{q} + P\right)k' - \left(\frac{n}{q} + p + \Pi\right).$$

Cette équation déterminera donc la quantité f', dès que l'on connaîtra les quantités P, p, Π et k'.

Or, il est facile de connaître ces quantités par une expérience directe. Supposons, en effet, qu'on ait mis la machine en expérience sans lui donner aucune charge, et qu'en admettant avec précaution une très petite quantité seulement de vapeur à chaque coup de piston dans le cylindre, on soit parvenu à trouver par tâtonnement la portion $\frac{l'}{l}$ de la course du piston, où l'on doit arrêter l'arrivée de la vapeur dans le cylindre, pour que le piston soit conduit juste au bout de sa course par la détente de cette vapeur. On aura ainsi, par expérience, la quantité $\frac{l'}{l}$; et par conséquent en recourant à la table n° I, ou à l'expression développée de k', savoir

$$k' = \frac{l' + c}{l}\left(\frac{l'}{l' + c} + \log\frac{l + c}{l' + c}\right),$$

il sera facile de connaître la valeur de k' qui correspond à celle observée de $\frac{l'}{l}$.

D'un autre côté on connaît le contre-poids Π, et l'on peut mesurer avec un manomètre et avec l'*indicateur* de Watt, les pressions P et p qui existent dans la chaudière et dans le cylindre à vapeur après condensation imparfaite. On possédera donc tous les éléments du calcul, et par conséquent en les substituant dans l'équation précédente

$$f' = \left(\frac{n}{q} + \mathrm{P}\right)k' - \left(\frac{n}{q} + p + \Pi\right),$$

on en déduira sans difficulté la quantité f', ou le frottement de la machine sans charge dans sa course descendante.

Pour connaître ensuite la quantité δ, il suffit de faire fonctionner la machine avec une charge connue, et de régler par tâtonnement, comme on le fait dans la pratique, la portion de course qu'il faut laisser parcourir au piston, avant d'arrêter l'arrivée de la vapeur dans le cylindre. On aura alors, par expérience, la quantité $\frac{l'}{l}$ qui convient à la charge r. Ensuite, en examinant le contre-poids et mesurant la pression dans la chaudière, ainsi que celle qui subsiste dans le cylindre après condensation imparfaite de la vapeur, on aura de même par observation directe les quantités P, p, et Π.

Or, on a toujours la relation (A), savoir

$$\frac{n}{q} + (1 + \delta)\, r + p + f' + \Pi = \left(\frac{n}{q} + \mathrm{P}\right)k',$$

qui donne

$$1 + \delta = \frac{\left(\frac{n}{q} + \text{P}\right)k' - \left(\frac{n}{q} + p + f' + \Pi\right)}{r}.$$

Il sera donc facile d'en déduire δ, car $\frac{l'}{l}$ étant connu comme on l'a dit plus haut, la table déjà indiquée permettra d'en conclure immédiatement k', et comme le frottement f' est également connu par la recherche précédente, on aura tous les éléments de la valeur de δ.

Enfin, pour avoir le frottement f'' de la course montante, l'équation (B) donne

$$f'' = \Pi - \frac{l' + c}{l + 2c}\, k''\left(\frac{n}{q} + \text{P}\right).$$

La machine étant donc toujours supposée réglée par tâtonnement avec une charge quelconque, on mesurera simultanément sur la machine les deux quantités $\frac{l'}{l}$, $\frac{l''}{l}$ et la pression P. Alors, en recourant à la table n° II, ou à l'expression développée de k'', savoir :

$$k'' = \frac{l - l'' + c}{l} \log \frac{l - l'' + c}{c} - \frac{l'' + c}{l} \log \frac{l + c}{l'' + c},$$

on connaîtra la valeur de k'' qui correspond à celle observée de $\frac{l''}{l}$. On a d'ailleurs, par observation directe, celle de $\frac{l'}{l}$; ainsi, en introduisant ces valeurs

dans l'équation que l'on vient de donner, on en conclura la valeur de f''.

Nous ferons cependant remarquer, à l'égard de la détermination de f'', que dans les machines employées à l'épuisement, ce frottement n'est pas strictement une quantité constante. En effet, il comprend la résistance opposée par l'eau d'épuisement à la pénétration du piston des pompes, et cette résistance varie en raison du carré de la vitesse du mouvement. Mais comme la vitesse du piston varie peu dans ces machines, on pourra se contenter de déterminer la valeur de f'' pour la vitesse ordinaire, et cette valeur pourra ensuite être considérée comme une moyenne applicable à tous les cas.

On pourra donc toujours, d'après ce qui précède, déterminer le frottement de la machine dans chaque course, et le frottement additionnel de la course descendante par unité de la charge imposée à la machine. Après avoir mesuré ces frottements dans plusieurs machines, on en déduira une moyenne qui servira à évaluer le frottement des machines avant leur construction.

§ 9. *Tables pour la solution numérique des formules, pour les machines à simple effet.*

Les formules (A) et (B), que nous avons données dans le paragraphe précédent, n'étant pas susceptibles d'une solution directe, et leur usage intervenant cependant dans tous les problèmes

relatifs aux effets des machines, nous joignons ici deux tables qui en donneront la solution sans calcul.

La première de ces tables est relative à la course descendante du piston, et la seconde à la course montante. Les correspondances entre les nombres des diverses colonnes feront immédiatement connaître, soit la valeur de k' quand $\frac{l'}{l}$ sera donnée, soit au contraire la valeur de $\frac{l'}{l}$ quand ce sera k' qui sera connu. Il en sera de même relativement à $\frac{l''}{l}$ et k'' dans la seconde table.

Lorsque le rapport $\frac{l'}{l}$ sera déterminé, on en conclura aussitôt le rapport

$$\frac{l'+c}{l}$$

puisque ce rapport n'est autre chose que

$$\frac{l'}{l}+\frac{c}{l},$$

et que l'on connaît dans chaque machine la liberté c du cylindre.

Lorsque les équations contiendront le terme

$$\frac{l+2c}{l'+c},$$

sa valeur se conclura du rapport entre les deux suivants

$$\frac{l+2c}{l} \quad \text{et} \quad \frac{l'+c}{l},$$

qui sont tous deux connus d'après les valeurs de $\frac{l'}{l}$ et $\frac{c}{l}$.

Ainsi, dans aucun cas, il ne pourra se présenter de difficulté dans la solution numérique des formules.

Dans les tables que nous allons donner, nous avons supposé $c = 0.1 l$; c'est-à-dire que nous avons pris la liberté du cylindre, passages aboutissants compris, comme égale au dixième de la course utile du piston. Cette proportion est effectivement adoptée dans les machines à simple effet, afin d'éviter les accidents qui pourraient arriver si le piston, en continuant sa course un peu trop loin, venait à frapper le fond du cylindre.

Nous devons rappeler ici que les quantités l' et l'' sont les longueurs parcourues par le piston, au moment où l'on intercepte les communications de la vapeur; et par conséquent, que ces longueurs sont supposées mesurées à compter du point de départ effectif du piston dans le cylindre, et non à compter de l'extrémité même du cylindre.

TABLE *pour la solution numérique des formules.*
(Machines à simple effet.)

N° I.

PORTION DE LA COURSE descendante parcourue avant la détente, ou valeur de la fraction $\frac{l'}{l}$.	VALEUR CORRESPONDANTE de k', ou de l'expression $\frac{l'+c}{l}\left(\frac{l'}{l'+c}+\log\frac{l+c}{l'+c}\right)$.
0.01	0.263
0.02	0.286
0 03	0.308
0.04	0.329
0.05	0.349
0.06	0.368
0.07	0.387
0.08	0.406
0.09	0.424
0.10	0.441
0.11	0.458
0.12	0.474
0.13	0.490
0.14	0.505
0.15	0.520
0.16	0.535
0.17	0.549
0.18	0.563
0.19	0.577
0.20	0.590
0.21	0.603
0.22	0.615
0.23	0.627
0.24	0.639
0.25	0.651
0.26	0.662

TABLE *pour la solution numérique des formules (Machines à simple effet).*

N° I.

PORTION DE LA COURSE descendante parcourue avant la détente, ou valeur de la fraction $\frac{l'}{l}$.	VALEUR CORRESPONDANTE de k', ou de l'expression $\frac{l'+c}{l}\left(\frac{l'}{l'+c}+\log\frac{l+c}{l'+c}\right)$.
0.27	0.673
0.28	0.684
0.29	0.694
0.30	0.704
0.31	0.714
0.32	0.724
0.33	0.734
0.34	0.743
0.35	0.752
0.36	0.761
0.37	0.770
0.38	0.778
0.39	0.786
0.40	0.794
0.41	0.802
0.42	0.810
0.43	0.817
0.44	0.824
0.45	0.831
0.46	0.838
0.47	0.845
0.48	0.851
0.49	0.857
0.50	0.863
0.51	0.869
0.52	0.875

TABLE *pour la solution numérique des formules.*
(*Machines à simple effet.*)

N° 1.

PORTION DE LA COURSE descendante parcourue avant la détente, ou valeur de la fraction $\frac{l'}{l}$.	VALEUR CORRESPONDANTE de K', ou de l'expression $\frac{l'+c}{l}\left(\frac{l'}{l'+c}+\log\frac{l+c}{l'+c}\right)$
0.53	0.881
0.54	0.887
0.55	0.892
0.56	0.897
0.57	0.902
0.58	0.907
0.59	0.912
0.60	0.917
0.61	0.921
0.62	0.925
0.63	0.929
0.64	0.933
0.65	0.937
0.66	0.941
0.67	0.945
0.68	0.949
0.69	0.952
0.70	0.955
0.71	0.958
0.72	0.961
0.73	0.964
0.74	0.967
0.75	0.970
0.76	0.973
0.77	0.975
0.78	0.977

TABLE *pour la solution numérique des formules.*
(*Machines à simple effet.*)

N° I.

PORTION DE LA COURSE descendante parcourue avant la détente, ou valeur de la fraction $\frac{l'}{l}$.	VALEUR CORRESPONDANTE de k', ou de l'expression $\frac{l'+c}{l}\left(\frac{l'}{l'+c}+\log\frac{l+c}{l'+c}\right)$
0.79	0.979
0.80	0.981
0.81	0.983
0.82	0.985
0.83	0.987
0.84	0.989
0.85	0.990
0.86	0.991
0.87	0.992
0.88	0.993
0.89	0.994
0.90	0.995
0.91	0.996
0.92	0.997
0.93	0.998
0.94	0.999
0.95	0.999

TABLE *pour la solution numérique des formules (Machines à simple effet.)*

N° II.

PORTION DE LA COURSE montante parcourue avant la fermeture de la soupape d'équilibre, ou valeur de la fraction $\frac{l''}{l}$.	VALEUR CORRESPONDANTE de k'', ou de l'expression $\frac{l-l''+c}{l}\log\frac{l-l''+c}{c} - \frac{l''+c}{l}\log\frac{l+c}{l''+c}$.	VALEUR correspondante de l'expression $\frac{l}{l''+c}k''$.
0.50	0.711	1.186
0.51	0.687	1.127
0.52	0.664	1.072
0.53	0.641	1.017
0.54	0.618	0.966
0.55	0.595	0.916
0.56	0.573	0.869
0.57	0.551	0.823
0.58	0.530	0.780
0.59	0.509	0.738
0.60	0.488	0.698
0.61	0.468	0.659
0.62	0.448	0.622
0.63	0.428	0.586
0.64	0.409	0.552
0.65	0.390	0.519
0.66	0.371	0.488
0.67	0.352	0.458
0.68	0.334	0.429
0.69	0.317	0.401
0.70	0.300	0.375
0.71	0.283	0.349
0.72	0.266	0.325
0.73	0.250	0.301
0.74	0.234	0.279
0.75	0.219	0.258

Table *pour la solution numérique des formules (Machines à simple effet.)*

N° II.

PORTION DE LA COURSE montante parcourue avant la fermeture de la soupape d'équilibre, ou valeur de la fraction $\frac{l''}{l}$.	VALEUR CORRESPONDANTE de k'', ou de l'expression $\frac{l-l''+c}{l}\log\frac{l-l''+c}{c}$. $-\frac{l''+c}{l}\log\frac{l+c}{l''+c}$	VALEUR correspondante de l'expression $\frac{l}{l''+c}k''$.
0.76	0.205	0.238
0.77	0.190	0.218
0.78	0.176	0.200
0.79	0.162	0.182
0.80	0.149	0.165
0.81	0.136	0.149
0.82	0.123	0.134
0.83	0.112	0.120
0.84	0.101	0.107
0.85	0.089	0.094
0.86	0.079	0.083
0.87	0.069	0.072
0.88	0.060	0.061
0.89	0.052	0.052
0.90	0.044	0.044
0.91	0.036	0.036
0.92	0.029	0.029
0.93	0.023	0.023
0.94	0.017	0.017
0.95	0.012	0.012

§ 10. *Du maximum d'effet utile avec un contre-poids donné, et du maximum absolu d'effet utile de la machine.*

On vient de considérer les effets des machines avec un contre-poids donné, et avec une charge ou une vitesse *quelconques*. Mais si l'on donne à la machine différentes charges, sans rien changer au contre-poids, il se produira pour chaque charge une certaine vitesse, et, par conséquent, un effet utile correspondant. Les effets utiles ainsi produits seront nécessairement différents entre eux. Il faut donc chercher, parmi ces diverses charges, celle qui sera la plus avantageuse pour la machine avec le contre-poids fixé, ou celle qui produira le maximum d'effet utile avec ce contre-poids.

Pour cela, la marche directe serait de former d'abord l'expression de l'effet utile produit avec une charge quelconque, en fonction de cette charge; puis de chercher, parmi toutes les valeurs possibles de la charge, celle qui rendrait cet effet utile un maximum. C'est le mode que nous avons suivi dans la recherche semblable pour les machines rotatives. Ici la vitesse de la machine avec une charge quelconque r a pour expression

$$v = \frac{l}{l'' + c} \cdot \frac{l + 2c}{l' + c} \cdot \frac{S}{a} \cdot \frac{1}{n + qP};$$

et par conséquent l'effet utile correspondant est

$$arv = \frac{l}{l''+c} \cdot \frac{l+2c}{l'+c} \cdot \frac{Sr}{n+qP}.$$

Pour pouvoir arriver à l'expression de cet effet utile en fonction directe de la charge, il faudrait dans le second membre de cette équation, substituer pour l' et l'' leurs valeurs. Ces deux quantités sont données par les deux équations (A) et (B), savoir:

$$k' = \frac{\frac{n}{q} + (1+\delta)r + p + f' + \Pi}{\frac{n}{q} + P},$$

$$k'' = \frac{l+2c}{l'+c} \cdot \frac{\Pi - f''}{\frac{n}{q} + P},$$

dans lesquelles k' et k'' sont des fonctions transcendantes de l' et l'', que nous avons exprimées plus haut. Mais ces deux fonctions n'étant pas de nature à fournir une solution directe pour l' et l'', il s'ensuit qu'on ne peut remplacer, dans l'expression arv, les quantités l' et l'' par leur valeur en fonction de r, et par conséquent, que ce mode ne peut conduire au résultat désiré.

La seule marche à suivre est donc de procéder par essais et approximations successives. On fera une supposition sur la charge r, ou sur la détente $\frac{l'}{l}$ de la vapeur, ce qui revient au même,

puisque, dans ces machines, ces deux quantités sont essentiellement liées l'une à l'autre. Puis on cherchera, par les moyens indiqués précédemment, la vitesse correspondante de la machine, et en formant le produit de la charge supposée, par la vitesse trouvée, on aura l'effet utile correspondant. Ensuite, on procédera de même pour une seconde charge, puis pour une troisième, et ainsi de suite; et en observant de faire toujours varier la charge dans le sens où l'on verra l'effet utile s'accroître, on arrivera enfin à la charge qui produit le maximum d'effet utile cherché.

On peut connaître, par ce qui précède, la charge la plus avantageuse pour la machine *avec un contre-poids donné;* et c'est le premier problème que nous nous sommes proposé dans ce paragraphe. Mais maintenant, il est clair qu'en faisant varier ce contre-poids lui-même, il existera pour chacune de ses valeurs une charge qui sera la plus avantageuse, et un effet maximum correspondant. Il reste donc encore à chercher, parmi ces divers effets maxima produits par diverses valeurs du contre-poids, celui qui est le plus considérable; afin de reconnaître, parmi toutes les valeurs qu'on peut donner au contre-poids, celle qui est la plus avantageuse à la machine. Si l'on peut effectivement arriver à la solution de cette question, il est clair qu'en donnant d'abord au contre-poids la valeur ainsi trouvée, puis en donnant ensuite à la machine, la charge la plus avantageuse pour ce con-

tre-poids, on obtiendra le *maximum absolu* d'effet utile dont est capable la machine.

Pour obtenir la solution cherchée, le mode analytique serait encore semblable à celui que nous avons suivi à l'égard des machines à double effet, et que nous venons de rappeler il y a un instant; mais ce mode direct est encore inapplicable ici, par les motifs déjà développés. Par conséquent, ce ne sera qu'en faisant des suppositions successives sur la valeur du contre-poids, puis cherchant par tâtonnement le maximum d'effet utile correspondant, et enfin, comparant entre eux ces divers effets utiles maxima, qu'il sera possible d'arriver à la solution numérique de la question proposée.

Au premier aperçu, ce procédé paraît assez long; mais en observant que les équations employées sont très simples, et que dans les essais successifs ce sont toujours les mêmes nombres qui se représentent, on reconnaîtra bientôt que ce calcul n'offre en réalité que peu de difficulté; et que d'ailleurs celle-ci n'est rien en comparaison de l'importance de la question dont il s'agit, savoir, de trouver le moyen de faire travailler une machine avec le plus grand avantage possible.

ARTICLE DEUXIÈME.

FORMULES PRATIQUES POUR LES MACHINES DE WATT A SIMPLE EFFET, ET EXEMPLE DE LEUR APPLICATION.

Pour former les équations numériques propres au calcul de ces machines, il faut observer que, puisqu'on y emploie la condensation, la valeur des coefficients n et q, du volume relatif de la vapeur, doi être, en mesures anglaises,

$$n = 0.00004227$$
$$q = 0.000000258.$$

Quant à la pression P de la vapeur dans la chaudière, elle est en général de 16.5 à 18 livres par pouce carré, comme dans les machines de Watt à double effet. La pression p subsistant, non dans le condenseur, mais dans le cylindre à vapeur lui-même, après condensation imparfaite de la vapeur, est encore d'environ 4 livres par pouce carré, quand la machine est bien alimentée d'eau de condensation.

En rapportant les pressions au pied carré, on a donc en général

$$P = 16.5 \times 144 \text{ lbs}, \quad p = 4 \times 144 \text{ lbs}.$$

Enfin, pour avoir tous les éléments du calcul, il faudrait encore connaître la valeur précise des frottements f', f'' et δ, afin de la substituer dans les équations algébriques déjà obtenues. A

cet égard, des expériences spéciales nous manquent; mais pour pouvoir montrer du moins un exemple de calcul qui en indique la marche, sinon les résultats précis, nous ferons, d'après l'analogie avec les machines rotatives de Watt, une estimation approchée des frottements en question.

Ces deux espèces de machines ne différant que fort peu l'une de l'autre, nous prendrons le frottement f'' de la machine non chargée, dans la course montante, au même taux que dans les machines de Watt à double effet; c'est-à-dire à 0.5 livre par pouce carré de la surface du piston, pour un cylindre de 48 pouces de diamètre environ. Comme cette dimension s'approche de la dimension moyenne des machines de Watt à simple effet, parce que l'usage de la détente de la vapeur y exige l'emploi d'un cylindre considérable, nous considérerons l'évaluation précédente comme convenable aux machines de moyenne force de ce système.

Nous évaluerons au même taux le frottement f' de la machine non chargée, dans la course descendante; et enfin, relativement au frottement additionnel δ, qu'éprouve la machine par unité de la charge qui lui est imposée, nous admettrons, jusqu'à détermination spéciale, la donnée déduite de l'observation des machines locomotives. Nous prendrons par conséquent

$$f' = f'' = 0.5 \times 144, \quad \delta = 0.14.$$

Les formules numériques se formeront en subs-

tituant dans les équations algébriques la valeur des constantes. Cependant, comme la pression dans la chaudière varie dans différentes machines, ainsi que la pression p de condensation, et que les évaluations que nous venons de donner des frottements ne sont que temporaires, nous n'introduirons dans les équations numériques que les valeurs de n et q. Alors elles produiront les formules suivantes :

Formules pratiques pour les machines de Watt à simple effet. (Mesures anglaises.)

$$k' = \frac{164+(1+\delta)r+p+f'+\Pi}{164+P} \ldots\ldots\ldots\ldots$$

Réglement de la course descendante du piston.

$$k'' = \frac{l+2c}{l'+c} \cdot \frac{\Pi - f''}{164+P} \ldots$$

Réglement de la course montante du piston.

$$ar = \frac{a}{1+\delta} k'(164+P) - \frac{a}{1+\delta}(164+p+f'+\Pi).$$

.... Charge utile du piston, en livres.

$$v = \frac{l}{l'+c} \cdot \frac{l+2c}{l''+c} \cdot \frac{S}{a} \cdot \frac{10,000}{0.4227+0.00258P} \ldots\ldots$$

.... Vitesse du piston, en pieds par minute.

$$S = \frac{l''+c}{l} \cdot \frac{l'+c}{l+2c} \cdot \frac{av}{10,000}(0.4227+0.00258P).$$

.... Vaporisation effective, en pieds cubes d'eau par minute.

$E.^{u.} = arv$ .... Effet utile, en livres élevées à 1 pied par minute.

$F.^{u.ch.} = \frac{E.^{u.}}{33000}$ .... Force utile, en chevaux.

$E.^{u.1lb.co.} = \frac{E.^{u.}}{N}$ .... Effet utile de 1 livre de combustible, en livres élev. à 1 pied.

$E.^{u.1p.e.} = \frac{E.^{u.}}{S}$ .... Effet utile dû à la vaporisation d'un pied cube d'eau, en livres élevées à 1 pied.

$Q.^{cb.pr.1ch.} = \frac{33000N}{E.^{u.}}$ .... Quantité de combustible, en livres, qui produit la force d'un cheval.

$Q.^{e.pr.1ch.} = \frac{33000S}{E.^{u.}}$ .... Quantité d'eau, en pieds cubes, qui produit la force d'un cheval.

$F.^{u.ch.pr.1lb.co.} = \frac{E.^{u.}}{33000N}$ .... Force de chev. produite par livre de combustible.

$F.^{u.ch.pr.1p.e.} = \frac{E.^{u.}}{33000S}$ .... Force de chev. produite par pied cube d'eau vaporisé.

Pour montrer maintenant une application des formules précédentes, nous supposerons une

machine de ce système offrant les données suivantes:

Diamètre du cylindre, 48 pouces; ou surface du piston, $a = 12.566$ pieds carrés.

Course du piston, $l = 8$ pieds.

Liberté du cylindre, $\frac{1}{10}$ de la course utile du piston; ou $c = 0.1\, l$.

Pression dans la chaudière, 16.5 lbs par pouce carré; ou $P = 16.5 \times 144$ lbs par pied carré.

Pression de condensation dans le cylindre à vapeur, 4 livres par pouce carré; ou $p = 4 \times 144$ lbs par pied carré.

Vaporisation effective, $S = 0.506$ pied cube d'eau par minute.

Consommation de houille dans le même temps, $N = 4.25$ livres.

Contre-poids, 1.25 livres par pouce carré de la surface du piston; ou $\Pi = 1.25 \times 144$ lbs par pied carré de la surface du piston.

Avec ces données diverses, il s'agit de déterminer les effets que peut produire la machine. En laissant donc d'abord le contre-poids invariable, mais faisant travailler la machine avec différentes charges, ou, ce qui revient au même, avec différentes détentes de la vapeur; puis ensuite faisant à son tour varier le contre-poids, et procédant pour le calcul, d'après le mode indiqué dans l'article premier du présent chapitre, on obtiendra les résultats suivants:

Effets de la machine avec le contre-poids donné.

$$\frac{\Pi}{144} = 1.25 \text{ lb.}$$

			Maximum d'effet utile.
$\frac{l'}{l}$	= 0.66	.. 0.625	.. 0.50
$\frac{r}{144}$	= 8.52	.. 8.30	.. 7.33
ar	= 15,411	.. 15,009	.. 13,251
v	= 100	.. 105	.. 130
S	= 0.506	.. 0.506	.. 0.506
$E.^{u.}$	= 1,543,050	.. 1,580,270	.. 1,728,580
$F.^{u.ch.}$	= 47	.. 48	.. 52
$E.^{u.1lb.co.}$	= 363,070	.. 371,830	.. 406,730
$E.^{u.1p.e.}$	= 3,049,510	.. 3,123,060	.. 3,416,180
$Q.^{co.pr.1ch.}$	= 0.091	.. 0.089	.. 0.081
$Q.^{e.pr.1ch.}$	= 0.0108	.. 0.0106	.. 0.0097
$F.^{u.ch.pr.1lb.co.}$	= 11.00	.. 11.27	.. 12.33
$F.^{u.ch.pr.1p.e.}$	= 92.41	.. 94.64	.. 103.52

Effets maxima de la machine avec divers contre-poids.

		Maximum absolu d'effet utile.	
$\frac{\Pi}{144}$	= 1.00	.. 1.25	.. 1.50
$\frac{l'}{l}$	= 0.50	.. 0.50	.. 0.50
$\frac{r}{144}$	= 7.54	.. 7.33	.. 7.10
ar	= 13,640	.. 13,251	.. 12,849
v	= 125	.. 130	.. 133

		Maximum absolu d'effet utile.	
S......... =	0.506	.. 0.506	.. 0.506
$E.^{u.}$........ =	1,708,840	.. 1,728,580	.. 1,705,030
$F.^{u.ch.}$..... =	51.8	.. 52.4	.. 51.7
$E.^{u.1lb.qo.}$.... =	402,080	.. 406,730	.. 401,180
$E.^{u.1p.e.}$.... =	3,377,150	.. 3,416,180	.. 3,369,610
$Q.^{co.pr.1ch.}$.. =	0.082	.. 0.081	.. 0.082
$Q.^{e.pr.1ch.}$.. =	0.0098	.. 0.0097	.. 0.0098
$F.^{u.ch.pr.1lb.co.}$ =	12.18	.. 12.33	.. 12.16
$F.^{u.ch.pr.1p.e.}$. =	102.34	.. 103.52	.. 102.11

La première de ces deux tables montre qu'en conservant le contre-poids de 1.25 livre par pouce carré du piston, le *maximum d'effet utile* est produit en faisant travailler la machine avec la détente indiquée par $\frac{l'}{l} = 0.50$, ou avec la charge correspondante, qui se trouve ici de 7.33 livres par pouce carré de la surface du piston. Une détente indiquée par un nombre moindre que 0.50, produirait, il est vrai, des effets utiles plus grands encore; mais comme avec la pression à laquelle on fait travailler ces machines, le mouvement devient trop irrégulier quand on y intercepte l'arrivée de la vapeur avant la moitié de la course, nous devons ici nous en tenir à cette limite pratique.

La seconde table montre de plus, que parmi les divers contre-poids que l'on peut employer pour faire marcher la machine, celui de 1.25 livre par pouce carré de la surface du piston est le plus

avantageux; et qu'en employant ce contre-poids avec la détente correspondante à $\frac{l'}{l} = 0.50$, ou, si l'on veut, avec la charge de 7.33 livres par pouce carré du piston, la machine produira le *maximum absolu* de l'effet utile qu'il est possible d'en attendre.

On remarque, en outre, en faisant le calcul, que pour chacun des différents contre-poids qu'on peut supposer à la machine, c'est toujours la même détente, correspondante à $\frac{l'}{l} = 0.50$, qui est la plus avantageuse. Cette observation simplifiera beaucoup la recherche du maximum absolu d'effet utile; car on voit qu'il suffira d'abord de faire différents essais sur la détente avec le contre-poids donné, ce qui fera connaître d'abord la détente du maximum d'effet utile, puis ensuite d'appliquer cette détente à diverses hypothèses sur le contre-poids, ce qui conduira très promptement au contre-poids du maximum absolu d'effet utile cherché. Néanmoins, comme cette remarque n'est établie que par le fait, et non par un raisonnement général, il sera bon de vérifier ensuite si effectivement la détente convenable au maximum d'effet utile pour le premier contre-poids choisi, est également celle du maximum d'effet utile pour le contre-poids déterminé par le calcul.

Pour la machine précédente, il est facile de s'assurer que si l'on changeait soit la détente $\frac{l'}{l} = 0.50$,

soit le contre-poids 1.25 lb par pouce carré, il y aurait diminution dans l'effet utile, car en faisant le calcul on trouve les correspondances suivantes :

$\frac{\Pi}{144} = 1.25$ ...	$\frac{r}{l} = 0.50$	E.u. =	1,728,580
	0.625		1,580,270
	0.66		1,543,050
$\frac{r}{l} = 0.50$ ...	$\frac{\Pi}{144} = 1$	E.u. =	1,708,840
	1.25		1,728,580
	1.50		1,705,030

Nous ne supposons point une détente représentée par un nombre moindre que $\frac{r}{l} = 0.50$, par les raisons données plus haut; mais si l'on voulait s'écarter des limites fixées à cet égard par la pratique, il faudrait continuer le calcul, en essayant d'autres valeurs de la détente et du contre-poids, comme nous le ferons dans le chapitre suivant pour les machines de Cornouailles.

La machine que nous venons de calculer est la machine modèle à simple effet, établie par Watt à sa manufacture de Soho. Son contre-poids était de 1.25 livre par pouce carré de la surface du piston, et quand on y arrêtait l'arrivée de la vapeur dans le cylindre, après 5 pieds de course parcourue, c'est-à-dire quand on faisait $\frac{r}{l} = \frac{5}{8} = 0.625$, elle prenait une vitesse de 96 pieds par minute. C'est donc une vérification de la théorie précédente; car

la moindre diminution dans la qualité du combustible, c'est-à-dire dans l'intensité du feu, et par conséquent dans la vaporisation de la machine, peut produire la petite différence qui existe ici entre la vitesse de 105 pieds par minute, qui résulte de notre calcul, et celle de 96 pieds par minute, qui résulte de l'observation directe.

Pour obtenir les mêmes formules pratiques en mesures françaises, il faut observer que les valeurs que nous venons d'indiquer pour les constantes reviennent alors aux suivantes :

Coefficients du volume de la vapeur, $\begin{cases} n = 0.00004227 \\ q = 0.0000000529. \end{cases}$

Pression totale dans la chaudière, $P = 11596$ kilog. par mètre carré.

Pression de condensation dans le cylindre, $p = 2810$ kilogrammes par mètre carré.

Frottement de la machine non chargée, dans la course montante ou descendante, $f' = f'' = 351$ kilogram. par mètre carré de la surface du piston.

Frottement additionnel de la machine par unité de résistance imposée à la machine, $\frac{1}{7}$ de cette résistance; ou $\delta = 0.14$.

En faisant donc les substitutions convenables, on obtiendra les formules suivantes :

Formules pratiques pour les machines de Watt, à simple effet (mesures françaises).

$$k' = \frac{799 + (1+\delta)r + p + f' + \Pi}{799 + P} \ldots\ldots\ldots$$

.... Réglement de la course descendante du piston.

$$k'' = \frac{l+2c}{l'+c} \cdot \frac{\Pi - f''}{799+P} \ldots$$ Réglement de la course montante du piston.

$$ar = \frac{a}{1+\delta} k'(799+P) - \frac{a}{1+\delta}(799+p+f'+\Pi).$$

.... Charge utile du piston, en kilogrammes.

$$v = \frac{l}{l''+c} \cdot \frac{l+2c}{l'+c} \cdot \frac{S}{a} \cdot \frac{10{,}000}{0.4227 + 0.000529P} \ldots$$

.... Vitesse du piston, en mètres par minute.

$$S = \frac{l''+c}{l} \cdot \frac{l'+c}{l+2c} \cdot \frac{av}{10{,}000}(0.4227 + 0.000529P).$$

.... Vaporisation effective, en mètres cubes d'eau par minute.

$E.^{u.} = arv$ .... Effet utile, en kilog. élevés à 1 mètre par minute.

$F.^{u.ch.} \ldots\ldots = \frac{E.^{u.}}{4500}$ .... Force utile, en chevaux.

$E.^{u.1k.co.} \ldots = \frac{E.^{u.}}{N}$ .... Effet utile de 1 kilog. de combustible, en kilog. élevés à 1 mètre.

$E.^{u.1m.c.} \ldots = \frac{E.^{u.}}{S}$ .... Effet utile dû à la vaporisation de 1 mètre cube d'eau, en kilog. élevés à 1 mètre.

$Q.^{co.pr.1ch.} \ldots = \frac{4500N}{E.^{u.}}$ .... Quantité de combustib., en kilog., qui produit la force d'un cheval.

$Q.^{e.pr.1ch.} \ldots = \frac{4500S}{E.^{u.}}$ .... Quantité d'eau, en mètres cubes, qui produit la force d'un cheval.

$F.^{u.ch.pr.1k.co.} = \frac{E.^{u.}}{4500N}$ .... Force de chevaux produite par kilogram. de combustible.

$F.^{u.ch.pr.1m.c.} = \frac{E.^{u.}}{4500S}$ .... Force de chevaux produite par mètre cube d'eau vaporisé.

Si l'on veut soumettre au calcul la même machine que nous avons citée plus haut, on aura pour ses dimensions :

Diamètre du cylindre, 1.220 mètre; ou surface du piston, $a = 1.1674$ mètre carré.

Course du piston, $l = 2.438$ mètres.

Liberté du cylindre, $\frac{1}{10}$ de la course; ou $c = 0.1l$.

Pression dans la chaudière, 1.1596 kilogramme par centimètre carré; ou $P = 11596$ kilog. par mètre carré.

Pression de condensation dans le cylindre, 0.281 kilogramme par centimètre carré; ou $p = 2810$ kilogrammes par mètre carré.

Vaporisation effective, S = 0.014327 mètre cube d'eau par minute.

Consommation de houille dans le même temps, N = 1.927 kilogrammes.

Contre-poids, 0.0879 kilogramme par centimètre carré de la surface du piston; ou Π = 879 kilogrammes par mètre carré de la surface du piston.

En introduisant donc ces données dans les formules, on obtient les résultats suivants :

Effets de la machine avec le contre-poids donné, Π = 879 kilogr.

			Maximum d'effet utile.
$\frac{l'}{l}$	= 0.66	.. 0.625	.. 0.50
$\frac{r}{10,000}$	= 0.599	.. 0.583	.. 0.515
ar.........	= 6988	.. 6805	.. 6008
v..........	= 30.45	.. 32	.. 40
S.	= 0.0143	.. 0.0143	.. 0.0143
$E.^{u.}$........	= 212,750	.. 217,880	.. 238,330
$F.^{u.ch.}$.....	= 47	.. 48	.. 53
$E.^{u.1k.co.}$...	= 110,410	.. 113,070	.. 123,680
$E.^{u.1m.e.}$...	= 14,849,500	.. 15,207,600	.. 16,635,000
$Q.^{co.pr.1ch.}$..	= 0.041	.. 0.040	.. 0.036
$Q.^{e.pr.1ch.}$..	= 0.00031	.. 0.00030	.. 0.00028
$F.^{u.ch.pr.1k.co.}$	= 24.54	.. 25.13	.. 27.49
$F.^{u.ch.pr.1m.e.}$.	= 3225	.. 3303	.. 3613

Effets maxima de la machine avec divers contre-poids.

		Maximum absolu d'effet utile.	
n	= 703	... 879	... 1054
$\frac{r}{l}$	= 0.50	... 0.50	... 0.50
$\frac{r}{10,000}$	= 0.530	... 0.515	... 0.499
ar	= 6185	... 6008	... 5826
v	= 38.10	... 39.67	... 40.35
S	= 0.0143	... 0.0143	... 0.0143
$E.^{u.}$	= 235,610	... 238,330	... 235,080
$F.^{u.ch.}$	= 52	... 53	... 52
$E.^{u.\,1\,k.co.}$	= 122,270	... 123,680	... 121,995
$E.^{u.\,1\,m.c.}$	= 16,445,000	... 16,635,000	.. 16,408,200
$Q.^{co.pr.\,1\,ch.}$	= 0.037	... 0.036	... 0.37
$Q.^{c.pr.\,1\,ch.}$	= 0.00028	... 0.000277	... 0.00028
$F.^{u.ch.pr.\,1\,k.co.}$	= 27.17	... 27.49	... 27.11
$F.^{u.ch.pr.m.c.}$	= 3571	... 3613	... 3563

CHAPITRE XI.

MACHINES DE CORNOUAILLES A SIMPLE EFFET.

FORMULES PRATIQUES POUR LE CALCUL DE CES MACHINES, ET EXEMPLE DE LEUR APPLICATION.

Les machines de Cornouailles à simple effet, ne sont qu'une modification des machines de Watt à simple effet. Toute la différence consiste en ce qu'on emploie la vapeur à la pression totale de 50 à 55 livres au lieu de 16 à 18 livres par pouce carré, et en ce que la détente de la vapeur y est portée beaucoup plus loin; attendu qu'on y arrête souvent l'arrivée de la vapeur de la chaudière, après que le piston a parcouru un dixième seulement de sa course.

Cette modification ne portant pas sur le principe même de l'application de la vapeur comme force motrice, mais seulement sur les limites de deux des quantités qui figurent dans les formules, il est clair que la théorie que nous avons développée pour les machines de Watt à simple effet, s'appliquera exactement aux machines de Cornouailles, et qu'il n'y aura rien à faire que de substituer pour la pression dans la chaudière et la détente de la vapeur, c'est-à-dire pour les quantités P et $\frac{l'}{l}$, des nombres différents de ceux qui se rapportent aux machines de Watt.

Ainsi les machines de Cornouailles se calculeront par les formules numériques suivantes :

Formules pratiques pour les machines de Cornouailles à simple effet (mesures anglaises).

$$k' = \frac{164 + (1+\delta)r + p + f' + \Pi}{164 + P}$$ .... Réglement de la course descendante du piston.

$$k'' = \frac{l+2c}{l'+c} \cdot \frac{\Pi - f''}{164+P}$$ .... Réglement de la course montante du piston.

$$ar = \frac{a}{1+\delta} k'(164+P) - \frac{a}{1+\delta}(164 + p + f' + \Pi).$$

.... Charge du piston, en livres.

$$v = \frac{l}{l''+c} \cdot \frac{l+2c}{l'+c} \cdot \frac{S}{a} \cdot \frac{10,000}{0.4227+0.00258P}$$ .....

.... Vitesse du piston, en pieds par minute.

$$S = \frac{l''+c}{l} \cdot \frac{l'+c}{l+2c} \cdot \frac{av}{1000}(0.4227+0.00258P)..$$

.... Vaporisation effective, en pieds cubes d'eau par minute.

$$E.^{u.} = arv$$ .... Effet utile, en livres élevées à 1 pied par minute.

$$F.^{u.ch.} ...... = \frac{E.^{u.}}{33000}$$ .... Force utile, en chevaux.

$E.^{u.\,1\,lb.\,co.}\ldots = \frac{E.^{u.}}{N}$ .... Effet utile de 1 lb. de combustib., en livres élevées à 1 mètre.

$E.^{u.\,1\,p.\,e.}\ldots = \frac{E.^{u.}}{S}$ .... Effet utile dû à la vaporisation de 1 pied cube d'eau, en livres élevées à 1 pied.

$Q.^{co.\,pr.\,1\,ch.}\ldots = \frac{33000N}{E.^{u.}}$ .... Quantité de combustible, en livres, qui produit la force d'un cheval.

$Q.^{e.\,pr.\,1\,ch.}\ldots = \frac{33000S}{E.^{u.}}$ .... Quantité d'eau, en pieds cubes, qui produit la force d'un cheval.

$F.^{u.\,ch.\,pr.\,1\,lb.\,co.} = \frac{E.^{u.}}{33000N}$ .... Force de chevaux produite par livre de combustible.

$F.^{u.\,ch.\,pr.\,1\,p.\,e.}\ldots = \frac{E.^{u.}}{33000S}$ .... Force de chevaux produite par pied cube d'eau vaporisé.

Pour le mode de solution de ces formules, ainsi que pour leur intelligence complète, nous renvoyons à ce qui a été dit dans le chapitre précédent sur les machines de Watt à simple effet.

Pour donner un exemple de calcul, nous supposerons que la machine de Watt à simple effet, dont nous avons cherché les effets dans le chapitre précédent, est modifiée selon le système de Cornouailles; c'est-à-dire qu'on emploie la vapeur à

la pression totale de 50 livres par pouce carré, qu'on remplace le cylindre par un autre d'un diamètre plus considérable, et enfin, qu'on arrête l'arrivée de la vapeur dans le cylindre après une faible portion seulement de la course parcourue. Nous aurons alors pour les différentes données du problème :

Diamètre du cylindre, 80 pouces; ou surface du piston, $a = 34.910$ pieds carrés.

Course du piston, $l = 10$ pieds.

Liberté du cylindre, $\frac{1}{10}$ de la course utile du piston; ou $c = 0.1\,l$.

Pression totale dans la chaudière, 50 livres par pouce carré; ou $P = 50 \times 144$ livres par pied carré.

Pression de condensation dans le cylindre à vapeur, 4 livres par pouce carré, ou $p = 4 \times 144$ livres par pied carré.

Frottement de la machine non chargée, dans les deux courses, en raison de la grandeur du cylindre, 0.25 livre par pouce carré de la surface du piston; ou $f' = f'' = 0.25 \times 144$.

Frottement additionnel de la machine par unité de la résistance imposée sur le piston, $\frac{1}{7}$ de cette résistance; ou $\delta = 0.14$.

Vaporisation effective, $S = 0.506$ pieds cubes d'eau par minute.

Consommation de houille dans le même temps, $N = 4.25$ livres.

En substituant donc ces valeurs dans les formules, et supposant qu'après avoir adopté un contre-poids, on essaie successivement plusieurs degrés de détente, ou si l'on veut, plusieurs charges pour la machine, on obtiendra d'abord les résultats contenus dans le premier tableau; puis en faisant ensuite varier le contre-poids lui-même, et essayant encore, pour chacune de ces valeurs du contre-poids, différents degrés de détente, on obtiendra les résultats du second tableau.

Effets de la machine avec le contre-poids donné,
$\Pi = 1.50 \times 144$ *lbs.*

			Maximum d'effet utile.
$\frac{r}{l}$	= 0.25	... 0.12	... 0.10
$\frac{r}{144}$	= 23.16	... 15.22	... 13.74
ar.......	= 116,426	... 76,523	... 69,053
v........	= 28.72	... 47.85	... 53.28
S........	= 0.506	... 0.506	... 0.506
$E.^{u.}$.....	= 3,344,260	... 3,661,850	... 3,679,170
$F.^{u.ch.}$....	= 101	... 111	... 111.5
$E.^{u.1\,lb.co.}$.	= 786,880	... 861,610	... 865,690
$E.^{u.1\,p.e.}$..	= 6,609,220	... 7,236,860	... 7,271,100
$Q.^{co.pr.1ch.}$.	= 0.042	... 0.038	... 0.038
$Q.^{e.pr.1\,ch.}$.	= 0.00499	... 0.00456	... 0.00454
$F.^{u.ch.pr.1lb.co.}$	= 23.85	... 26.11	... 26.23
$F.^{u.ch.pr.1p.e.}$.	= 200	... 219	... 220

Effets maxima de la machine avec divers contre-poids.

		Maximum absolu d'effet utile.	
$\frac{\Pi}{144}$	=1.50	5.00	6.00
$\frac{l'}{l}$	=0.10	0.11	0 11
$\frac{r}{144}$	= 13.74	11.42	10.54
ar	=69,053	57,428	52,093
v	=53.28	67.28	72.65
S.	=0.506	0.506	0.506
$E.^{u.}$	=3,679,170	3,863,940	3,850,000
$F.^{u.ch.}$	=111.5	117.1	116.7
$E.^{u.1lb.co.}$	=865,690	909,160	905,880
$E.^{u.1p.e.}$	=7,271,100	7,636,250	7,608,700
$Q.^{co.pr.1ch.}$	=0.038	0.036	0.036
$Q.^{e.pr.1ch.}$	=0.00454	0.00432	0.00434
$F.^{u.ch.pr.1lb.co.}$	=26.23	27.56	27.45
$F.^{u.ch.pr.1p.e.}$	=220	231	230.6

Le premier de ces deux tableaux fait connaître qu'avec le contre-poids de 1.50 *lbs* par pouce carré de la surface du piston, le mode le plus avantageux pour faire travailler la machine est d'employer la détente correspondante à $\frac{l'}{l}$=0.10, ou si l'on veut la charge de 13.74 *lbs* par pouce carré du piston. Toute autre détente plus grande

ou plus petite que celle indiquée par $\frac{l'}{l}$ = 0.10 tend effectivement à diminuer l'effet utile, car le calcul donne les résultats suivants :

$\frac{l'}{l}$ =	0.11........	E.^u. =	3,672,490
	0.10........		3,679,170
	0.09........		3,675,790

Ainsi cette première recherche fixe la détente ou la charge qui produisent le *maximum d'effet utile, avec le contre-poids donné.*

En outre, en appliquant le même calcul à diverses valeurs du contre-poids, on trouve que pour ces diverses valeurs, c'est toujours à très peu près la même détente qui produit le maximum d'effet utile. C'est donc un moyen de se diriger dans la recherche suivante, savoir dans celle du contre-poids qui produit le maximum absolu d'effet utile. Car on peut se contenter d'abord de calculer les effets de divers contre-poids avec la détente correspondante à $\frac{l'}{l}$ = 0.10; et l'on n'aura plus ensuite qu'une très petite correction à faire sur la détente, pour arriver au maximum absolu d'effet utile cherché.

En procédant ainsi, on trouve, comme le montre le second tableau, que le contre-poids le plus avantageux est de 5 livres par pouce carré, et que pour produire le *maximum absolu d'effet utile*, il faut employer ce contre-poids et en même temps la détente $\frac{l'}{l}$ = 0.11. En effet, si l'on fait varier plus

ou moins, soit la valeur du contre-poids, soit celle de la détente, on trouve aussitôt qu'il y a diminution dans l'effet utile; car le calcul donne

$\frac{\Pi}{144} = 4.75$ ...	$\frac{l'}{l} = 0.10$ ...	E.^{u} = 3,856,200	
	0.11 ...	3,860,020	max.
	0.12 ...	3,854,250	
$\frac{\Pi}{144} = 5.00$ ...	$\frac{l'}{l} = 0.10$ ...	E.^{u} = 3,859,220	
	0.11 ...	3,863,940	max. ab.
	0.12 ...	3,858,430	
$\frac{\Pi}{144} = 5.25$ ...	$\frac{l'}{l} = 0.10$ ...	E.^{u} = 3,853,990	
	0.11 ...	3,862,600	max.
	0.12 ...	3,858,160	

Les deux tableaux qui précèdent font donc connaître, soit la charge qui produit le maximum d'effet utile avec le contre-poids donné, soit le contre-poids et la charge, qui, appliqués simultanément à la machine, produisent le maximum absolu d'effet utile. On remarquera, du reste, que cette recherche, quoique difficile en apparence, ne l'est cependant pas, d'abord parce que ce sont les mêmes nombres qui se représentent toujours dans les différents cas, et ensuite parce que le premier calcul ayant fait d'abord connaître la détente la plus favorable, celle-ci ne varie ensuite que très peu dans le second calcul.

On remarquera également que lorsqu'on aura tiré des formules un tableau analogue à celui qui pré-

cède, il doit être entendu que les effets indiqués ne pourront être produits par la machine, qu'autant qu'il n'y aura aucun empêchement pratique au réglement supposé par le calcul. Ainsi quelques effets ne pourraient être atteints, qu'autant que le mouvement du piston dans une des deux courses, serait beaucoup plus rapide ou beaucoup plus lent que dans l'autre; et quoiqu'une légère différence soit admise à cet égard, cependant il ne serait pas possible de la porter au-delà de certaines limites. Dans ce cas donc, on adoptera pour la machine, le réglement qui s'approchera le plus possible de celui qui produirait le maximum obtenu d'effet utile. Ce sera le réglement *pratique* le plus avantageux, et en calculant les effets de la machine pour ce réglement, on aura le maximum des effets qu'elle est susceptible de produire.

Nous renvoyons, du reste, pour tout ce qui paraîtrait mériter plus d'explication, à ce que nous avons dit en parlant des machines de Watt à simple effet.

Nous remarquerons seulement qu'il est d'usage, pour ces machines, d'employer la *caracte.* Alors la machine ne vaporise pas toute la quantité d'eau que sa chaudière lui permettrait autrement de vaporiser par minute; mais en introduisant dans les formules la vaporisation réellement effectuée par la chaudière, ces formules donneront toujours les effets correspondants de la machine.

La comparaison que nous avons faite entre une

machine de Watt et une machine de Cornouailles, qui consommeraient la même quantité de combustible par heure, prouve la supériorité de ces dernières machines sur les premières. On y voit aussi que c'est à tort que l'on a porté en doute les effets attribués par les ingénieurs de Cornouailles à leurs machines; puisque dans l'exemple que nous avons choisi, nous avons trouvé que l'effet utile dû à la consommation de 1 livre de combustible est de

909,160 livres élevées à 1 pied,

ce qui donne par boisseau impérial, ou 84 livres de combustible,

76,369,440 livres élevées à 1 pied.

Si donc on considère des machines dans lesquelles la vapeur serait employée à une pression totale supérieure à 50 livres par pouce carré, et surtout dont la chaudière serait construite suivant un mode plus perfectionné pour l'application de la chaleur, on doit s'attendre à obtenir des effets utiles encore beaucoup plus considérables.

En mesures françaises, les formules pratiques convenables aux machines de Cornouailles à simple effet seront, comme nous l'avons dit, les mêmes que nous avons déjà indiquées pour les machines de Watt à simple effet, savoir :

Formules pratiques pour les machines de Cornouailles à simple effet (mesures françaises).

$$k' = \frac{799 + (1+\delta)r + p + f' + \Pi}{799 + P} \ldots\ldots\ldots\ldots$$

.... Réglement de la course descendante du piston.

$$k'' = \frac{l+2c}{l'+c} \cdot \frac{\Pi - f''}{799 + P} \ldots\ldots\ldots\ldots$$

.... Réglement de la course montante du piston.

$$ar = \frac{a}{1+\delta} k'(799+P) - \frac{a}{1+\delta}(799+p+f'+\Pi),$$

.... Charge utile du piston, en kilogrammes.

$$v = \frac{l}{l''+c} \cdot \frac{l+2c}{l'+c} \cdot \frac{S}{a} \cdot \frac{10000}{0.4227+0.000529P}.$$

.... Vitesse du piston, en mètres par minute.

$$S = \frac{l''+c}{l} \cdot \frac{l'+c}{l+2c} \cdot \frac{av}{10000}(0.4227+0.000529P).$$

.... Vaporisation effective, en mètres cubes d'eau par minute.

$E.^{u.} = arv$.......... Effet utile, en kilogrammes élevés à 1 mètre par minute.

$F.^{u.ch.} = \frac{E.^{u.}}{4500}$.......... Force utile, en chevaux.

$E.^{u.1k.co.} \ldots = \frac{E.^{u.}}{N}$ .... Effet utile de 1 kilogramme de combustible, en kilog. élevés à 1 mètre.

$E.^{u.1m.e.} \ldots = \frac{E.^{u.}}{S}$ .... Effet utile dû à la vaporisation d'un mètre cube d'eau, en kilogrammes élevés à 1 mètre.

$Q.^{co.pr.1ch.} \ldots = \frac{4500N}{E.^{u.}}$ .... Quantité de combustible, en kilogrammes, qui produit la force d'un cheval.

$Q.^{e.pr.1ch.} \ldots = \frac{4500S}{E.^{u.}}$ .... Quantité d'eau, en mètres cubes, qui produit la force d'un cheval.

$F.^{u.ch.pr.1k.co.} = \frac{E.^{u.}}{4500N}$ .... Force de chevaux produite par kilogramme de combustible.

$F.^{u.ch.pr.1m.e.} = \frac{E.^{u.}}{4500S}$ .... Force de chevaux produite par mètre cube d'eau vaporisé.

Si l'on veut soumettre au calcul la machine dont nous avons donné plus haut les dimensions en mesures anglaises, on aura d'abord pour ces dimensions rapportées aux mesures françaises :

Diamètre du cylindre 2.032 mètres; ou surface du piston, $a = 3.243$ mètres carrés.

Course du piston, $l = 3.048$ mètres.

Liberté du cylindre, $\frac{1}{10}$ de la course; ou $c = 0.1l$.

Pression dans la chaudière, 3.5139 kilogrammes par centimètre carré; ou P = 35139 kilogrammes par mètre carré.

Pression de condensation dans le cylindre, 0.281 kilogrammes par centimètre carré; ou p = 2810 kilogrammes par mètre carré.

Frottement de la machine non chargée, dans les deux courses, 0.0175 kilogrammes par centimètre carré; ou $f' = f'' = 175$ kilogrammes par mètre carré.

Frottement additionnel de la machine par unité de la résistance imposée sur le piston, $\frac{1}{7}$ de cette résistance; ou $\delta = 0.14$.

Vaporisation effective, S = 0.014327 mètre cube d'eau par minute.

Consommation de houille dans le même temps, N = 1.927 kilogrammes.

Contre-poids, 0.1054 kilogrammes par centimètre carré; ou Π = 1054 kilogrammes par mètre carré.

En introduisant donc ces valeurs dans les formules, on obtiendra les résultats suivants :

Effets de la machine avec le contre-poids donné.

			Maximum d'effet utile.
$\frac{r}{l}$	= 0.25	.. 0.12	.. 0.10
$\frac{r}{10{,}000}$	= 1.628	.. 1.070	.. 0.965
ar.........	= 52,789	.. 34,696	.. 31,309
v.........	= 8.73	.. 14.55	.. 16.20
S.........	= 0.014327	.. 0.014327	.. 0 014327
E.$^{u.}$.......	= 461,095	.. 504,882	.. 507,270
F.$^{u.ch.}$.....	= 102.47	.. 112.20	.. 112.74

			Maximum d'effet utile.
$E.^{u.\,1k.co.}$	= 239,280	.. 262,010	.. 263,245
$E.^{u.\,1m.e.}$	= 32,183,300	.. 35,239,500	.. 35,406,300
$Q.^{co.pr.\,1ch.}$	= 0.0188	.. 0.0172	.. 0.0171
$Q.^{e.pr.\,1ch.}$	= 0.000143	.. 0.000131	.. 0.000130
$F.^{u\,ch.pr.\,1\,k.co.}$	= 53.17	.. 58.22	.. 58.50
$F.^{u.ch.pr.\,1m.e.}$	= 6,989	.. 7,653	.. 7,689

Effets maxima de la machine avec divers contre-poids.

		Maximum absolu d'effet utile.	
$\frac{\Pi}{10,000}$	= 0.1054	... 0.3514	... 0.4217
$\frac{l'}{l}$	= 0.10	... 0.11	... 0.11
$\frac{r}{10,000}$	= 0.965	... 0.803	... 0.741
ar	= 31,309	... 26,038	... 24,028
v	= 16.20	... 20.46	... 22.09
S	= 0.014327	... 0.014327	... 0.014327
$E.^{u.}$	= 507,270	... 532,750	... 530,820
$F.^{u.ch.}$	= 112.74	... 118.39	... 117.96
$E.^{u.\,1\,k.co.}$	= 263,245	... 276,465	... 275,470
$E.^{u.\,1m.e.}$	= 35,406,300	... 37,184,400	... 37,050,200
$Q.^{co.pr.\,1\,ch.}$	= 0.0171	... 0.0163	... 0.0163
$Q.^{e.pr.\,1\,ch.}$	= 0.000130	... 0.000124	... 0.000124
$F.^{u.ch.pr.\,1\,k.co.}$	= 58.50	... 61.44	... 61.22
$F.^{u.ch.pr.\,1m.e.}$	= 7,689	... 8,075	... 8,046

CHAPITRE XII.

DES MACHINES ATMOSPHÉRIQUES.

ARTICLE PREMIER.

MACHINE ATMOSPHÉRIQUE A CONDENSEUR.

§ 1. *Réglement de la machine.*

Dans les machines atmosphériques, la vapeur est d'abord introduite sous le piston, pour le soulever avec l'aide d'un contre-poids attaché à l'extrémité opposée du balancier; ensuite cette vapeur est condensée, et le piston pressé sur sa face supérieure par la pression atmosphérique, redescend au fond du cylindre, en faisant monter la charge, c'est-à-dire l'eau d'épuisement des pompes, à une hauteur correspondante, et en élevant en même temps le contre-poids. Alors une nouvelle quantité de vapeur est admise dans le cylindre, le piston est relevé de nouveau, et l'action se continue comme auparavant.

Dans ce système, la force motrice est donc successivement : la pression de la vapeur aidée du contre-poids d'abord, et la pression atmosphérique ensuite; et l'effet utile, au lieu de se produire pendant la première de ces deux périodes, c'est-à-dire dans le moment de l'application de la va-

peur, se produit au contraire pendant l'action de la pression atmosphérique. Ces deux forces agissent par conséquent tour à tour ; cependant comme la pression atmosphérique n'est ici qu'une force inerte, incapable de produire aucun effet, à moins qu'elle n'en soit d'abord mise en mesure par la production et l'application de la vapeur, il s'ensuit qu'après tout, c'est toujours la vapeur qui est la vraie force motrice du mouvement.

Le mode d'action de cette machine peut facilement se ramener à celui d'une machine de Watt à simple effet; car, puisque la pression atmosphérique équivaut à un poids de 14.71 livres par pouce carré, on peut supposer qu'on place sur la partie supérieure du piston, des poids réels de 14.71 livres par chaque pouce carré de sa surface, et ces poids produiront le même effet que la pression atmosphérique. On pourra donc alors supprimer l'action de l'atmosphère, considérer que les choses se passent dans le vide, et rien ne sera changé au système. De cette manière la machine se réduira à un poids matériel placé sur le piston d'une part, et de l'autre à la pression de la vapeur introduite et supprimée tour à tour sous le piston, pour le soulever d'abord avec le secours d'un contre-poids et le laisser redescendre ensuite par l'effet du poids qui a remplacé la pression de l'atmosphère. On retombera donc alors exactement dans le cas d'une machine de Watt à simple effet, dans laquelle l'effet utile, au lieu de se produire

immédiatement pendant l'application de la vapeur, se produirait pendant le retour du piston ; et, par conséquent, dans ces machines, la vapeur joue le même rôle que dans les machines de Watt à simple effet.

Les machines atmosphériques n'ayant point en général de volant, ni de manivelle, c'est-à-dire n'étant pas rotatives, nécessitent, comme les machines de Watt à simple effet, un réglement particulier; afin que le piston s'arrête de lui-même dans le cylindre, après avoir parcouru la course entière qui lui est assignée, sans la dépasser, ni s'arrêter auparavant. Pour obtenir cet effet, un instant avant que le piston n'atteigne le haut du cylindre dans sa course montante, on supprime l'arrivée de la vapeur de la chaudière; alors, pendant l'espace qui lui reste encore à parcourir, le piston ne se meut plus qu'en vertu de sa vitesse acquise, de l'effort du contre-poids et de la pression décroissante de la vapeur pendant sa détente. Dès que la communication de la chaudière est interrompue, la résistance de l'atmosphère sur le dessus du piston, devient donc en peu de temps supérieure à la force motrice; et, par conséquent, le piston se trouve arrêté sans choc et par degrés insensibles.

Dans la course descendante, au contraire, on suspend la condensation de la vapeur un peu avant la fin de la course, soit en arrêtant l'eau d'injection, quand la condensation se fait dans le

cylindre même, soit en fermant à temps la communication du cylindre au condenseur, quand la machine est munie d'un condenseur séparé. La vapeur qui se trouve ainsi enfermée sous le piston sans être condensée, lui oppose donc en se comprimant une résistance de plus en plus grande, et finit par le ramener doucement au repos. Mais on doit remarquer que, comme cette vapeur recueille ainsi tout le travail développé par le piston en revenant au repos, et qu'elle doit contribuer elle-même à la course suivante du piston, il ne se fait encore aucune perte d'action.

Au moyen de ces dispositions, qui ont pour but pratique de préserver le fond du cylindre des chocs du piston, la machine atmosphérique se trouve, comme celle de Watt à simple effet, régularisée dans sa vitesse et ramenée chaque fois au repos sans perte de force vive. Par conséquent, en se reportant à ce que nous avons dit relativement à ce point, en traitant des machines de Watt à simple effet, on reconnaîtra que les formules propres au calcul des machines atmosphériques peuvent encore être établies sur les mêmes principes que précédemment, savoir : l'égalité entre le travail développé par la puissance et celui exécuté par la résistance dans les deux courses du piston, et l'égalité entre la dépense de vapeur par le cylindre et la vaporisation utile de la chaudière.

§ 2. *Des effets de la machine avec un contre-poids donné et une charge ou une vitesse quelconques.*

On doit distinguer trois cas dans le travail des machines atmosphériques : celui où elles fonctionnent avec un contre-poids donné, et une charge ou une vitesse *quelconques ;* celui où elles fonctionnent avec un contre-poids donné, et la charge ou la vitesse qui produisent le *maximum d'effet utile pour ce contre-poids;* et enfin, celui où le contre-poids ayant d'abord été réglé à son degré le plus avantageux pour le travail de la machine, on donne en outre à celle-ci la charge la plus avantageuse pour ce contre-poids, ce qui produit par conséquent le *maximum absolu d'effet utile* dont est capable la machine.

Nous supposerons d'abord le premier cas, et nous appellerons, comme précédemment :

Π le poids du contre-poids, supposé réparti par unité de la surface du piston ;

P la pression totale de la vapeur dans la chaudière ;

a l'aire du cylindre ;

l la course totale du piston ;

l' la portion parcourue dans la course montante, avant qu'on intercepte l'arrivée de la vapeur dans le cylindre ;

l'' la portion parcourue dans la course descendante, avant qu'on ferme le robinet d'injection, ou la communication du cylindre au condenseur ;

r la charge utile du piston, répartie par unité de la surface du piston.

f' le frottement de la machine, alors non chargée, pendant la course montante du piston;

f'' le frottement de la machine fonctionnant sans charge, pendant la course descendante du piston;

δ le surplus que subit ce dernier frottement, par unité de la charge r imposée à la machine dans la course descendante;

φ la pression atmosphérique;

p la pression moyenne, subsistant sous le piston, en raison de la condensation de la vapeur.

Enfin, nous supposerons que la machine est munie d'un condenseur séparé.

Cela posé, pendant la course montante du piston, la vapeur pénètre dans le cylindre, comme dans la machine de Watt à simple effet, avec la même pression que dans la chaudière, et la quantité d'action développée par sa pleine pression durant son arrivée directe de la chaudière, et ensuite par sa pression décroissante durant la détente, a encore pour expression

$$a(l'+c)\left(\frac{n}{q}+\text{P}\right)\left(\frac{l'}{l'+c}+\log\frac{l+c}{l'+c}\right)-\frac{n}{q}al.$$

D'un autre côté, pendant la même course, le travail développé par le contre-poids, en descendant de la hauteur l, est Πal; celui qui est exécuté par le frottement de la machine, alors non chargée, est $f'al$; et enfin, celui qui est exécuté par la pression atmosphérique est φal. Par consé-

quent l'égalité entre la quantité de travail développée par la puissance et par la résistance fournira l'équation

$$a(l'+c)\left(\frac{n}{q}+P\right)\left(\frac{l'}{l'+c}+\log\frac{l+c}{l'+c}\right)-\frac{n}{q}al+\Pi al=\varphi al+f'al.$$

Et en faisant, pour simplifier,

$$k'=\frac{l'+c}{l}\left(\frac{l'}{l'+c}+\log\frac{l+c}{l'+c}\right),$$

on pourra écrire l'équation précédente sous la forme

$$k'=\frac{\frac{n}{q}+\varphi+f'-\Pi}{\frac{n}{q}+P}\ldots\ldots(1).$$

Ce sera donc la première des trois relations générales cherchées.

Pour passer maintenant à la course descendante du piston, la quantité de travail appliquée par la pression atmosphérique, qui est alors la force motrice, a pour valeur φal. D'autre part la quantité d'action développée par le contre-poids est Πal, celle de la charge est ral, et celle du frottement de la machine chargée est $(f''+\delta r)al$.

Quant à celle qui est développée par la pression p, subsistant sous le piston en raison de la condensation imparfaite de la vapeur, on doit la décomposer en deux parties. La pression p s'exerce d'abord sans effet additionnel, pendant que le

piston parcourt la longueur l'' de sa course, c'est-à-dire jusqu'à ce que l'on ferme la communication du condenseur, ou que l'on suspende la condensation de la vapeur, si la machine n'a pas de condenseur. Cette pression produit donc, dans ce premier intervalle, une quantité d'action exprimée par

$$pal''.$$

Mais à partir de ce point, la condensation cesse; la vapeur qui subsiste encore sous le piston commence à être comprimée de plus en plus, et cet effet s'exerce sur la longueur $(l - l'')$, que le piston doit encore parcourir pour terminer sa course. Il reste donc à déterminer la quantité d'action que développe la vapeur pendant cette compression.

Or, au moment où cette vapeur commence à être comprimée, elle est à la pression p, et le volume qu'elle occupe au-dessous du piston est

$$a(l - l'' + c).$$

Si donc on appelle ϖ la pression, mesurée par unité de surface, qu'elle aura lorsque le piston aura parcouru la longueur λ de sa course, et qu'on suppose que le piston parcoure en outre un espace élémentaire $d\lambda$, le travail élémentaire correspondant, produit par la compression de la vapeur, sera

$$a\varpi\, d\lambda.$$

Mais comme c'est la même vapeur qui, après avoir

occupé, en présence du liquide de condensation et sous la pression p, l'espace

$$a(l - l'' + c),$$

ecupe maintenant sous la pression ϖ, l'espace

$$a(l - \lambda + c),$$

sans qu'on lui ait enlevé, dans cet intervalle, aucune portion de sa chaleur totale, il existe entre les volumes et les pressions correspondantes de la vapeur, la relation (c) que nous avons démontrée généralement (chap. III, art. 1, § 2), savoir :

$$\varpi = \left(\frac{n}{q} + p\right) \frac{a(l - l'' + c)}{a(l - \lambda + c)} - \frac{n}{q}.$$

Par conséquent, on en conclut

$$\varpi a d\lambda = a\left(\frac{n}{q} + p\right)(l - l'' + c) \cdot \frac{d\lambda}{(l - \lambda + c)} - \frac{n}{q}\, a d\lambda.$$

Ainsi, en procédant comme précédemment, c'est-à-dire en prenant l'intégrale de cette expression entre les limites l'' et l, on aura pour la quantité d'action développée par la compression graduelle de la vapeur sur la longueur $(l - l'')$ de la course, l'expression suivante :

$$a\left(\frac{n}{q} + p\right)(l - l'' + c) \log \frac{l - l'' + c}{c} - \frac{n}{q}\, a(l - l''),$$

où le terme

$$\log \frac{l - l'' + c}{c}$$

exprime un logarithme hyperbolique.

En y ajoutant le travail pal'', produit pendant la portion de course antérieure à la compression de la vapeur, on aura pour la quantité totale d'action développée par la résistance de la vapeur non condensée

$$al\left(\frac{n}{q}+p\right)\left(\frac{l''}{l}+\frac{l-l''+c}{l}\log\frac{l-l''+c}{c}\right)-\frac{n}{q}al.$$

Si l'on fait, pour abréger,

$$k''=\frac{l''}{l}+\frac{l-l''+c}{l}\log\frac{l-l''+c}{c},$$

l'expression précédente pourra s'écrire sous la forme

$$\left(\frac{n}{q}+p\right)k''al-\frac{n}{q}al.$$

Par conséquent, en se reportant à ce que nous avons trouvé pour la quantité d'action développée par la pression atmosphérique, la charge, le contre-poids et le frottement de la machine, nous exprimerons l'égalité entre le travail appliqué par la puissance et le travail exécuté par la résistance, dans la course que nous considérons, par l'équation suivante :

$$\varphi al = ral + \Pi al + (f'' + \delta r)\,al + \left(\frac{n}{q}+p\right)k''al - \frac{n}{q}\,al,$$

qui donne

$$k'' = \frac{\frac{n}{q}+\phi-(1+\delta)r-f''-\Pi}{\frac{n}{q}+p}\;\ldots\;(\mathrm{B})$$

C'est par conséquent la seconde relation entre les données et les inconnues du problème.

Enfin, la troisième relation cherchée s'obtiendra en exprimant l'égalité entre la production et la dépense de vapeur.

S étant toujours le volume d'eau vaporisé par minute dans la chaudière, et effectivement transmis au cylindre, ce volume d'eau, une fois transformé en vapeur à la pression P de la chaudière, deviendra, comme on l'a vu,

$$\frac{S}{n + qP}.$$

D'un autre côté la capacité du cylindre qui se remplit de vapeur à chaque course montante du piston, est exprimée par

$$a(l' + c).$$

Mais nous avons vu qu'à chaque course descendante, une certaine quantité de vapeur reste comprimée sous le piston, et se trouve employée à la course suivante, c'est-à-dire restituée à la chaudière, au lieu d'être condensée. La pression de cette vapeur, au moment qu'on en fait la séparation dans le cylindre, est p, et le volume qu'elle occupe sous cette pression est

$$a(l - l'' + c).$$

Si elle repassait à la pression P, sans perdre de sa chaleur totale, son volume changerait dans le rapport

$$\frac{n + qp}{n + qP},$$

c'est-à-dire qu'il deviendrait

$$a(l-l''+c)\frac{n+qp}{n+q\mathrm{P}}.$$

Cette expression donne donc le volume de vapeur, mesuré à la pression de la chaudière, qui est restitué à chaque course descendante. Ainsi la dépense réelle de vapeur par double coup de piston n'est que

$$a(l'+c)-a(l-l''+c)\frac{n+qp}{n+q\mathrm{P}}.$$

Par conséquent, en représentant par M le nombre des doubles coups du piston que donne la machine par minute, la dépense de vapeur par minute sera

$$\mathrm{M}\left[a(l'+c)-a(l-l''+c)\frac{n+qp}{n+q\mathrm{P}}\right].$$

Mais si l'on appelle V la vitesse moyenne du piston, ou l'espace qu'il parcourt par minute, tant en montant qu'en descendant, on aura $\mathrm{V}=2\mathrm{M}l$; ou bien si l'on ne compte pour la vitesse que l'espace parcouru par le piston en produisant l'effet utile, c'est-à-dire en descendant seulement, et qu'on appelle v cette vitesse, ainsi mesurée, on aura

$$v=\mathrm{M}l\text{ , ou }\mathrm{M}=\frac{v}{l}.$$

Ainsi le volume de vapeur dépensée par le cy-

lindre dans une minute sera

$$\frac{v}{l} a \left[(l' + c) - (l - l'' + c) \frac{n + qp}{n + qP} \right].$$

L'équation qui exprime l'égalité entre la production et la dépense de la vapeur sera donc

$$\frac{v}{l} a \left[(l' + c) - (l - l'' + c) \frac{n + qp}{n + qP} \right] = \frac{S}{n + qP};$$

qui donne

$$v = \frac{S}{a} \cdot \frac{1}{\frac{l' + c}{l}(n + qP) - \frac{l - l'' + c}{l}(n + qp)} \quad \ldots (1)$$

C'est la troisième relation générale cherchée.

Par conséquent, en y joignant les deux équations (A) et (B) obtenues plus haut, et résolvant ces équations par rapport aux quantités r et S, on obtiendra les formules suivantes :

$$k' = \frac{\frac{n}{q} + \varphi + f' - \Pi}{\frac{n}{q} + P} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (A)$$

$$k'' = \frac{\frac{n}{q} + \varphi - (1 + \delta) r - f'' - \Pi}{\frac{n}{q} + p} \quad \ldots\ldots (B)$$

$$v = \frac{S}{a} \cdot \frac{1}{\frac{l' + c}{l}(n + qP) - \frac{l - l'' + c}{l}(n + qp)} \quad \ldots\ldots (1)$$

$$ar = \frac{a}{1 + \delta} \left[\frac{n}{q} + \varphi - f'' - \Pi - \left(\frac{n}{q} + p \right) k'' \right] \ldots\ldots (2)$$

$$S = av\left[\frac{l' + c}{l}(n + qP) - \frac{l - l'' + c}{l}(n + qp)\right] \ldots (3)$$

$$E.^{u.} = arv \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

Les expressions k' et k'' contenues dans ces équations, ont les valeurs suivantes :

$$k' = \frac{l' + c}{l}\left(\frac{l'}{l' + c} + \log\frac{l + c}{l' + c}\right),$$

$$k'' = \frac{l''}{l} + \frac{l - l'' + c}{l}\log\frac{l - l'' + c}{c}.$$

§ 3. *De la vitesse de la machine avec une charge donnée.*

Les formules que nous venons d'exposer suffisent à la solution de tous les problèmes que peut présenter la machine atmosphérique. Cependant, comme il est impossible de tirer des deux équations (A) et (B) les valeurs directes de $\frac{l'}{l}$ et $\frac{l''}{l}$, en fonction des données du problème, pour les substituer dans les formules (1), (2), (3), (4), comme cela serait nécessaire pour que ces formules donnassent immédiatement la solution cherchée, on sera obligé d'employer un mode de calcul analogue à celui que nous avons déjà indiqué pour la machine de Watt à simple effet, et que nous rappellerons ici.

Supposons que l'on connaisse la charge de la machine, et que l'on cherche le vitesse qu'elle prendra avec cette charge.

On substituera la valeur donnée de r dans l'équation (B),

$$k'' = \frac{\frac{n}{q} + \varphi - (1 + \delta)\,r - f'' - \Pi}{\frac{n}{q} + p},$$

qui donnera par conséquent la valeur de k''. Alors, en recourant à la table que nous donnerons dans un instant, on y trouvera inscrit la valeur correspondante de $\frac{l''}{l}$. D'un autre côté, en calculant le second membre de l'équation (A),

$$k' = \frac{\frac{n}{q} + \varphi + f' - \Pi}{\frac{n}{q} + \mathrm{P}},$$

on obtiendra la valeur de k'; et par suite la valeur de $\frac{l'}{l}$ au moyen de la table déjà mentionnée. On aura donc ainsi $\frac{l'}{l}$ et $\frac{l''}{l}$; et par conséquent en substituant la valeur de ces deux quantités dans l'équation (1),

$$v = \frac{S}{a} \cdot \frac{1}{\frac{l'+c}{l}(n + q\mathrm{P}) - \frac{l - l'' + c}{l}(n + qp)},$$

on en déduira facilement la vitesse cherchée.

Nous ferons remarquer, à l'égard de ce dernier calcul, que si l'on exprime par m et m' les volumes relatifs de la vapeur sous les pressions respectives

P et p, on aura

$$m = \frac{1}{n + q\text{P}} \text{ et } m' = \frac{1}{n + qp}.$$

La valeur de v peut donc aussi s'écrire

$$v = \frac{\text{S}}{a} \cdot \frac{1}{\frac{l' + c}{l} \cdot \frac{1}{m} - \frac{l - l' + c}{l} \cdot \frac{1}{m'}};$$

et sous cette forme on voit qu'elle sera plus simple à calculer et plus exactement obtenue, car les quantités m et m' seront connues d'une manière rigoureuse, et cependant sans calcul, par les tables que nous avons données dans le § 3 du chapitre II.

§ 4. *De la charge de la machine avec une vitesse donnée.*

Supposons que la vitesse de la machine soit donnée, et que l'on cherche la charge qu'elle pourra mettre en mouvement à cette vitesse.

L'équation (A)

$$k' = \frac{\frac{n}{q} + \varphi + f' - \Pi}{\frac{n}{q} + \text{P}},$$

fournira d'abord la valeur de k', et par conséquent celle de $\frac{l'}{l}$ au moyen de la table indiquée. Connaissant cette valeur de $\frac{l'}{l}$, on la substituera dans

l'équation (1), qui donnera la valeur de $\frac{l''}{l}$, savoir

$$\frac{l - l'' + c}{l} = \frac{l' + c}{l} \cdot \frac{n + q\mathrm{P}}{n + qp} - \frac{\mathrm{S}}{av} \cdot \frac{1}{n + qp}.$$

Par conséquent, on pourra, en recourant à la même table, connaître la valeur correspondante de k'', et en substituant celle-ci dans l'équation (2), qui est

$$ar = \frac{a}{1 + \delta}\left[\frac{n}{q} + \varphi - f'' - \Pi - \left(\frac{n}{q} + p\right)k''\right],$$

on obtiendra définitivement la valeur de *ar*.

§ 5. *De la vaporisation de la machine, pour produire des effets voulus.*

Supposons que l'on connaisse la charge et la vitesse de la machine, et que l'on veuille trouver la vaporisation nécessaire pour produire la vitesse voulue avec la charge donnée.

Les équations (A) et (B) feront d'abord connaître k' et k'' et par suite $\frac{l'}{l}$ et $\frac{l''}{l}$; en les substituant donc, ainsi que celle de la vitesse donnée, dans l'équation (3):

$$\mathrm{S} = av\left[\frac{l' + c}{l}(n + q\mathrm{P}) - \frac{l - l'' + c}{l}(n + qp)\right],$$

on en conclura la valeur de S.

§ 6. *De l'effet utile de la machine.*

Enfin, la charge étant donnée, supposons

que l'on veuille connaître l'effet utile que produira la machine avec cette charge.

On calculera d'abord, comme il vient d'être dit, la vitesse correspondante à la charge donnée, et en multipliant ensuite cette vitesse par la charge, le produit arv sera l'effet utile correspondant.

Si la vitesse est connue, au lieu de la charge, on calculera la charge correspondante à cette vitesse, et leur produit arv donnera encore l'effet utile correspondant.

Enfin les diverses expressions de l'effet utile, soit en chevaux, soit mesurées par la force que produit une dépense donnée d'eau et de combustible, se détermineront, en fonction du produit arv, par les formules du paragraphe V de l'article Ier du chapitre III, qui conviennent à toutes les machines.

On aura donc ainsi le moyen de résoudre toutes les questions qui pourront se présenter à l'égard des machines atmosphériques.

§ 7. *Détermination du frottement de la machine non chargée, et de son frottement additionnel par unité de la charge.*

L'usage des formules qui précèdent, supposant que l'on connaît ou que l'on est en état de déterminer le frottement des machines fonctionnant sans aucune charge, et le surplus que subit ensuite ce frottement par chaque unité de la charge

sont des constantes qu'on pourra toujours mesurer comme il a été dit plus haut.

Pour avoir les valeurs de p et k'' qui correspondent à une charge nulle, il faudra recourir à l'expérience. On mettra la machine en expérience sans lui donner aucune charge, mais en effectuant la condensation très imparfaitement, c'est-à-dire en conservant sous le piston une pression de condensation très élevée, et en fermant à temps et avec précaution le robinet du condenseur, ou le robinet d'injection; de manière que la machine se trouve réglée dans sa course descendante par son frottement seul et la résistance de la vapeur comprimée sous le piston. Alors on mesurera directement la portion $\frac{l''}{l}$ de la course, qui est parcourue avant la suspension de la condensation. En recourant donc à l'expression développée de k'', savoir :

$$k'' = \frac{l''}{l} + \frac{l - l'' + c}{l} \log \frac{l - l'' + c}{c},$$

il sera facile de connaître la valeur de k'' correspondante à la valeur mesurée de $\frac{l''}{l}$. Dans le même instant on prendra par observation directe les quantités φ, Π et p, c'est-à-dire la pression atmosphérique, le contre-poids et la pression de condensation. Par conséquent en substituant ces diverses valeurs dans l'équation

$$f'' = \frac{n}{q} + \varphi - \Pi - \left(\frac{n}{q} + p\right)k'',$$

on en conclura le frottement de la machine, non chargée, dans sa course descendante.

A l'égard de la mesure directe de la quantité p, elle devra être effectuée par le moyen de l'*indicateur de la pression* de Watt, si la machine a un condenseur; parce que nous avons vu, en parlant des machines de Watt à double effet, que la pression dans le cylindre est toujours supérieure à celle du condenseur. Mais si la machine n'a pas de condenseur, on se contentera de prendre avec un thermomètre, la température de l'eau qui sort du cylindre après la condensation. Cette température étant aussi celle de la vapeur avec laquelle l'eau était en contact, il suffira alors de recourir aux tables que nous avons données dans le chapitre II de cet ouvrage, sur la pression et la température de la vapeur en contact avec le liquide, pour avoir la pression de condensation correspondante.

Connaissant la quantité f'', ou le frottement de la machine sans charge, il sera facile d'obtenir le surplus δ que subit ce frottement par unité de la charge imposée à la machine. Pour cela on fera fonctionner la machine avec une charge connue r, en réglant la course par tâtonnement comme dans l'usage ordinaire. Alors en prenant, comme ci-dessus, la mesure directe des quantités φ, Π, $\frac{l''}{l}$, et p, et en les substituant avec la valeur de r, dans

l'équation (B), qui donne

$$1 + \delta = \frac{\frac{n}{q} + \varphi - \Pi - f'' - \left(\frac{n}{q} + p\right)k''}{r},$$

on en conclura immédiatement la valeur de δ.

Ainsi les trois constantes f', f'' et δ pourront être déterminées sur plusieurs machines; et de l'ensemble de ces déterminations, on pourra conclure une évaluation *moyenne* de ces quantités, qui servira ensuite pour les calculs généraux, et pour les machines encore à construire.

Nous ferons cependant ici une observation analogue à celle que nous avons faite déjà, relativement aux machines de Watt à simple effet : c'est que dans les machines employées à l'épuisement, le frottement de la machine dans la course montante n'est pas strictement une quantité constante. Ce frottement comprend en effet la résistance de l'eau à la pénétration du piston des pompes d'épuisement; et cette résistance varie avec la vitesse du mouvement. Mais comme la vitesse des machines atmosphériques ne varie que dans de fort étroites limites, il suffira de déterminer f' pour la vitesse moyenne en usage, et cette détermination pourra être considérée comme une moyenne applicable aux différents cas.

§ 8. *Tables pour la solution numérique des formules.*

L'emploi des formules qui précèdent exigeant

une table qui fournisse immédiatement les valeurs de k' et k'' correspondant à des valeurs données de $\frac{l'}{l}$ ou $\frac{l''}{l}$, et réciproquement, nous donnons ici cette table calculée de centième en centième pour les valeurs de $\frac{l'}{l}$ et $\frac{l''}{l}$.

Lorsque le résultat d'une formule aura fait connaître k' ou k'', la table donnera à simple vue $\frac{l'}{l}$ ou $\frac{l}{l''}$; et l'on en conclura aussitôt les valeurs de

$$\frac{l'+c}{l} \quad \text{et} \quad \frac{l-l''+c}{l},$$

puisque ces fractions ne sont autre chose que

$$\frac{l'}{l}+\frac{c}{l} \quad \text{et} \quad \frac{l+c}{l}-\frac{l''}{l},$$

et que la quantité c, qui représente la liberté du cylindre, est toujours connue en fonction de la longueur utile de la course, ou de la quantité l.

Nous avons, dans la table qui suit, pris la liberté du cylindre égale au dixième de la course utile du piston, c'est-à-dire que nous avons fait $c = 0.1\,l$; parce que cette proportion est celle généralement adoptée dans la pratique. Cependant, comme dans les machines atmosphériques sans condenseur, il arrive très fréquemment que la liberté du cylindre s'élève à 2 et 3 dixièmes de la course, nous ajoutons à la table n° II, qui est la seule nécessaire au calcul de ces machines, deux autres colonnes pour le cas de $\frac{c}{l}=0.2$ et $\frac{c}{l}=0.3$.

TABLE *pour la solution numérique des formules.*
(*Machines atmosphériques.*)

N° I.

PORTION DE LA COURSE montante parcourue pendant l'admission de la vapeur sous le piston, ou valeur de la fraction $\frac{l'}{l}$.	VALEUR CORRESPONDANTE de k', ou de l'expression $\frac{l'+c}{l}\left(\frac{l'}{l'+c} + \log\frac{l+c}{l'+c}\right)$
0.50	0.863
0.51	0.869
0.52	0.875
0.53	0.881
0.54	0.887
0.55	0.892
0.56	0.897
0.57	0.902
0.58	0.907
0.59	0.912
0.60	0.917
0.61	0.921
0.62	0.925
0.63	0.929
0.64	0.933
0.65	0.937
0.66	0.941
0.67	0.945
0.68	0.949
0.69	0.952
0.70	0.955
0.71	0.958
0.72	0.961
0.73	0.964
0.74	0.967
0.75	0.970

TABLE *pour la solution numérique des formules.*
(Machines atmosphériques.)

N° I.

PORTION DE LA COURSE montante parcourue pendant l'admission de la vapeur sous le piston, ou valeur de la fraction $\frac{l'}{l}$.	VALEUR CORRESPONDANTE de k', ou de l'expression $\frac{l'+c}{l}\left(\frac{l'}{l'+c} + \log \frac{l+c}{l'+c}\right)$.
0.76	0.973
0.77	0.975
0.78	0.977
0.79	0.979
0.80	0.981
0.81	0.983
0.82	0.985
0.83	0.987
0.84	0.989
0.85	0.990
0.86	0.991
0.87	0.992
0.88	0.993
0.89	0.994
0.90	0.995
0.91	0.996
0.92	0.997
0.93	0.998
0.94	0.999
0.95	0.999

TABLE *pour la solution numérique des formules.* (*Machines atmosphériques.*)

N° II.

PORTION DE LA COURSE descendante parcourue avant la fermeture du robinet d'injection, ou valeur de la fraction $\frac{l''}{l}$.	VALEUR CORRESPONDANTE de k'', ou de l'expression $\frac{l''}{l} + \frac{l - l'' + c}{l} \log \frac{l - l'' + c}{c}$.		
	$\frac{c}{l} = 0.1$	$\frac{c}{l} = 0.2$	$\frac{c}{l} = 0.3$
0.50	1.575	1.377	1.286
0.51	1.557	1.364	1.275
0.52	1.539	1.352	1.265
0.53	1.522	1.340	1.255
0.54	1.505	1.328	1.246
0.55	1.488	1.316	1.237
0.56	1.471	1.304	1.228
0.57	1.454	1.293	1.219
0.58	1.437	1.282	1.210
0.59	1.421	1.271	1.201
0.60	1.405	1.260	1.193
0.61	1.389	1.249	1.185
0.62	1.373	1.238	1.177
0.63	1.357	1.227	1.169
0.64	1.342	1.216	1.161
0.65	1.327	1.206	1.153
0.66	1.312	1.196	1.145
0.67	1.297	1.186	1.137
0.68	1.283	1.176	1.130
0.69	1.269	1.167	1.123
0.70	1.255	1.158	1.116
0.71	1.241	1.149	1.109
0.72	1.227	1.140	1.102
0.73	1.214	1.131	1.096
0.74	1.201	1.123	1.090

TABLE *pour la solution numérique des formules.*
(Machines atmosphériques.)

N° II.

PORTION DE LA COURSE descendante parcourue avant la fermeture du robinet d'injection, ou valeur de la fraction $\frac{l''}{l}$.	VALEUR CORRESPONDANTE de k'', ou de l'expression $\frac{l''}{l} + \frac{l - l'' + c}{l} \log \frac{l - l'' + c}{c}$.		
	$\frac{c}{l} = 0.1$	$\frac{c}{l} = 0.2$	$\frac{c}{l} = 0.3$
0.75	1.188	1.115	1.084
0.76	1.176	1.107	1.078
0.77	1.164	1.099	1.072
0.78	1.152	1.091	1.066
0.79	1.141	1.084	1.060
0.80	1.130	1.077	1.055
0.81	1.119	1.070	1.050
0.82	1.108	1.064	1.045
0.83	1.098	1.058	1.041
0.84	1.088	1.052	1.037
0.85	1.079	1.046	1.033
0.86	1.070	1.040	1.029
0.87	1.061	1.035	1.025
0.88	1.053	1.030	1.021
0.89	1.046	1.026	1.018
0.90	1.039	1.022	1.015
0.91	1.032	1.018	1.012
0.92	1.026	1.014	1.010
0.93	1.020	1.011	1.008
0.94	1.015	1.008	1.006
0.95	1.011	1.006	1.004

§ 9. *Du maximum d'effet utile avec un contre-poids donné, et du maximum absolu d'effet utile.*

Pour arriver à la détermination du maximum d'effet utile avec un contre-poids donné, et ensuite à celle du maximum absolu d'effet utile de la machine, il faudrait pouvoir former d'abord l'expression générale de l'effet utile sous une charge donnée, en fonction de cette charge seulement. Alors en égalant à zéro la différentielle de cette expression prise par rapport à la charge considérée comme variable, on aurait l'équation de condition propre à déterminer la charge qui convient à la production du *maximum d'effet utile pour un contre-poids donné.* Ensuite on en conclurait encore la condition de l'établissement du *maximum absolu d'effet utile*, comme nous l'avons fait pour les machines rotatives, dans les articles II et III du chapitre III de cet ouvrage.

En se reportant à l'équation (1),

$$v = \frac{S}{a} \cdot \frac{1}{\frac{l'+c}{l}(n+qP) - \frac{l-l''+c}{l}(n+qp)},$$

on voit qu'en multipliant les deux termes par ar, on arrive à l'expression générale de l'effet utile, savoir :

$$arv = \frac{Sr}{\frac{l'+c}{l}(n+qP) - \frac{l-l''+c}{l}(n+qp)}.$$

Comme cependant la quantité $\frac{l''}{l}$ varie avec la charge de la machine, il faudrait, pour pouvoir continuer le calcul, être en état de remplacer cette quantité, dans l'expression de *arv*, avant ou après la différentiation, par sa valeur en fonction de la charge *r*. Cette valeur devrait être conclue de l'équation (B) développée, savoir :

$$\frac{l''}{l}+\frac{l-l''+c}{l}\log\frac{l-l''+c}{c}=\frac{\frac{n}{q}+\phi-(1+\delta)r-f''-\Pi}{\frac{n}{q}+p};$$

mais comme la nature de cette équation ne permet pas de la résoudre directement par rapport à *r*, nous devrons ici, comme nous l'avons fait dans les machines de Watt et de Cornouailles à simple effet, recourir au mode des essais et des approximations successives.

Pour cela, quand le contre-poids sera donné, on fera le calcul de l'effet utile avec diverses charges successives, en ayant soin de faire varier la charge dans le sens où l'on verra l'effet utile s'augmenter, et après quelques essais on arrivera à la charge qui produit le maximum d'effet utile avec le contre-poids donné.

Ensuite, on fera de même varier le contre-poids; pour chaque valeur de ce contre-poids, on déterminera le maximum d'effet utile correspondant, et enfin en comparant entre eux ces divers effets utiles maxima, dus à différentes valeurs du contre-

poids, on reconnaîtra le contre-poids qui produit le maximum absolu d'effet utile pour la machine.

Cette recherche, en apparence très compliquée, se simplifie considérablement par la circonstance que ce sont toujours les mêmes nombres qui se représentent dans le calcul. En outre, lorsqu'on a trouvé la charge la plus avantageuse pour un contre-poids donné, et que l'on fait ensuite varier ce contre-poids, on observe que si le contre-poids augmente d'une certaine quantité, la charge la plus avantageuse correspondante baisse à peu près d'une quantité égale relativement à la première charge; et que si le contre-poids diminue, au contraire, d'une certaine quantité, la charge la plus avantageuse augmente d'à peu près autant. Par cette observation, la recherche du maximum *absolu* d'effet utile se trouve réduite à un fort petit nombre d'essais, et n'offre aucune difficulté comparable à l'importance de l'objet qu'on se propose alors, savoir, de trouver le moyen de faire travailler une machine de la manière la plus avantageuse possible.

ARTICLE DEUXIÈME.

MACHINE ATMOSPHÉRIQUE SANS CONDENSEUR.

§ 1er. *Modifications à faire aux formules précédentes, pour le cas des machines non pourvues d'un condenseur séparé.*

Dans la théorie de la machine atmosphérique, que nous venons d'exposer, nous avons admis que jusqu'au moment où la communication de la chau-

dière au cylindre est interrompue, la vapeur agit dans le cylindre à la même pression que dans la chaudière. Ce fait se produit effectivement, du moins sans erreur notable, dans les machines qui sont munies d'un condenseur séparé, et dont le cylindre est convenablement protégé par une double enveloppe contre tout refroidissement extérieur. Mais dans un grand nombre de machines atmosphériques, la condensation après chaque coup de piston, a lieu dans le cylindre à vapeur lui-même; de sorte que celui-ci se trouve refroidi à la température de condensation, au moment où la vapeur y arrive pour produire une nouvelle course montante. Aussitôt son entrée dans le cylindre, la vapeur doit donc tendre à se mettre en équilibre de température avec lui, et l'effet de cette tendance est d'élever la température du cylindre en faisant baisser celle de la vapeur. Donc, au lieu de conserver sa température de production, la vapeur acquiert nécessairement dans le cylindre, une certaine température et par conséquent une certaine pression, intermédiaire entre celle de production dans la chaudière et celle de condensation dans le cylindre.

Quelle est donc cette pression intermédiaire que prend la vapeur? Voilà le point qu'il convient d'abord d'éclaircir.

Pour arriver à cette détermination, il faut observer qu'à son arrivée dans le cylindre, la vapeur se trouve aussitôt en contact avec une surface re-

froidie; qu'à mesure que le piston est repoussé dans le cylindre, il découvre une nouvelle portion de surface à réchauffer; et enfin, que plus la vitesse du piston augmente, plus, dans une unité de temps, il se trouve de surface exposée au réchauffement de la vapeur. Or la quantité de vapeur produite par la chaudière dans une unité de temps, est une quantité fixe et déterminée. A mesure que cette vapeur pénétrera dans le cylindre, une portion sera donc condensée pour opérer le réchauffement du cylindre, et le reste baissera de température et de pression; de sorte que ce ne sera qu'avec une pression réduite que la vapeur pourra agir sur le piston, pour opérer son mouvement dans le cylindre. Alors il pourra se présenter trois cas. Si la pression de la vapeur après son refroidissement, se trouve encore supérieure à la résistance du piston, son effet sera de créer la vitesse du piston, ou de l'augmenter, si elle est déjà produite. Si la pression de la vapeur refroidie est simplement égale à la résistance du piston, son effet sera de conserver le mouvement du piston à l'état d'uniformité sans augmenter ou diminuer sa vitesse. Et enfin, si la pression de la vapeur après le refroidissement devient inférieure à la résistance du piston, le mouvement de celui-ci se ralentira et finira par s'arrêter complétement.

Cela posé, au premier moment de l'introduction de la vapeur dans le cylindre, pour produire la course montante, il se trouve une portion consi-

dérable de surface à réchauffer; car il y a toute la liberté du cylindre, le fond du cylindre et la face inférieure du piston. Le premier effet du contact de la vapeur avec cette grande étendue de surface, sera donc de faire baisser notablement la pression de la vapeur. Mais le piston est chargé d'une résistance considérable, savoir, à très peu près la pression de l'atmosphère; car le frottement de la machine et le contre-poids, qui agissent en sens contraire l'un de l'autre, tendent à se faire équilibre. Ainsi la vapeur refroidie se trouvera d'abord trop faible pour la résistance à mouvoir, et il s'écoulera un instant avant que le départ du piston puisse s'effectuer.

Cependant, à mesure que la vapeur condensée par le contact du cylindre se trouvera remplacée par une nouvelle quantité de vapeur venue de la chaudière, et que la température de la portion découverte du cylindre s'élèvera, la vapeur acquerra dans le cylindre une pression plus grande. Elle atteindra donc bientôt le degré nécessaire pour déterminer le départ du piston, et celui-ci prendra une certaine vitesse, qui ira en croissant tant que la pression de la vapeur dans le cylindre, c'est-à-dire de la vapeur refroidie, surpassera la résistance du piston.

Mais puisque nous avons vu qu'à mesure que la vitesse du piston s'accroît, la surface à réchauffer dans un temps donné augmente en même temps, il s'ensuit que plus la vitesse du piston deviendra

grande, plus la vapeur éprouvera de refroidissement, et plus la pression diminuera dans le cylindre. Or la pression originale de la vapeur dans la chaudière ne surpasse que très peu la pression atmosphérique, qui représente à très peu près la résistance du piston. Il arrivera donc bientôt une vitesse où la pression de la vapeur, après son refroidissement dans le cylindre, ne surpassera plus la résistance du piston; et par conséquent, à compter de ce point, le mouvement du piston deviendra uniforme, jusqu'à ce qu'on change cet état de choses en supprimant tout-à-fait l'arrivée de la vapeur de la chaudière.

Enfin, dès que la communication du cylindre avec la chaudière sera interceptée, la vapeur contenue dans le cylindre commencera à se détendre et par conséquent à diminuer de pression. Mais comme le retrait du piston continuera toujours de découvrir une nouvelle portion du cylindre à réchauffer, la détente de la vapeur sera accompagnée d'une condensation continuelle, qui contribuera elle-même à faire baisser d'autant plus rapidement la pression. Ainsi, la résistance acquerra très promptement la prépondérance sur la force motrice, et le piston se trouvera ramené au repos dans un temps très court.

Par conséquent on voit qu'il existe dans la machine une tendance rapide à produire l'uniformité dans le mouvement du piston, c'est-à-dire l'équilibre entre la pression de la vapeur après son re-

froidissement dans le cylindre et la résistance du piston; et qu'à cela près d'un intervalle très court à l'origine et à la fin de la course, cet équilibre doit subsister durant tout le mouvement du piston.

Actuellement, lorsqu'on examine le mouvement d'une machine atmosphérique sans condenseur, on trouve qu'au moment où la vapeur pénètre dans le cylindre pour produire la course montante, le piston continue d'abord de rester un instant immobile avant d'effectuer son départ. Puis, dès qu'il commence à se mouvoir, il acquiert en un temps fort court, un mouvement d'une remarquable uniformité; et celui-ci dure sans interruption jusqu'au moment où l'on intercepte l'arrivée de la vapeur de la chaudière, après quoi la vitesse s'éteint très rapidement. Nous devons donc conclure de ce fait, signalé du reste par tous les observateurs, que pendant la presque totalité du mouvement, l'équilibre dont nous avons parlé plus haut, s'établit effectivement entre la pression de la vapeur dans le cylindre, et la résistance du piston.

Or la résistance du piston, dans cette course, se compose de la pression atmosphérique, augmentée du frottement de la machine, et diminuée de l'action du contre-poids. Par conséquent, en appelant P′ la pression inconnue que prend la vapeur dans le cylindre, on aura

$$P' = \varphi + f' - \Pi \;\ldots\ldots\; \text{(C)}$$

Cette équation fait connaître la pression que

prend la vapeur dans le cylindre pendant la durée du mouvement uniforme du piston. En négligeant donc le commencement et la fin de la course, cette pression pourrait être prise aussi pour la pression moyenne de la vapeur durant toute la course du piston. Mais de plus, si l'on observe qu'à l'origine de la course, la pression de la vapeur doit excéder la résistance du piston d'une certaine quantité pour produire le mouvement, et qu'à la fin de la course, ou pendant la détente, la résistance doit au contraire excéder la pression d'une quantité égale pour détruire la vitesse précédemment acquise, on reconnaîtra que les variations qu'éprouve la pression en ces deux points extrêmes se compensent entre elles. Ainsi la valeur de P' donnée par l'égalité entre les deux forces, c'est-à-dire par l'équation précédente, est à la fois la pression réelle de la vapeur pendant la durée du mouvement uniforme du piston, et la valeur moyenne de la pression de la vapeur prise pendant la durée totale de la course, c'est-à-dire tant avant que durant la détente de la vapeur.

La circonstance du refroidissement de la vapeur dans le cylindre nous fournit donc d'abord l'équation précédente, relative à la course montante du piston. Actuellement, il convient d'examiner si les autres relations déjà obtenues pour les machines à condenseur, devront subsister encore ou subir quelque modification.

Parmi ces relations, l'équation (A) est destinée

à faire connaître la quantité $\frac{r}{l}$, c'est-à-dire le point de la course où l'on doit intercepter l'arrivée de la vapeur dans le cylindre, pour que le piston s'arrête de lui-même et sans choc, après avoir parcouru la totalité de la course qui lui est assignée. Les considérations qui ont conduit à l'établissement de cette équation, supposent que la vapeur pénètre dans le cylindre avec une pression constante et égale à celle de la chaudière; que la vitesse communiquée au piston par le moyen de cette force, va sans cesse en augmentant jusqu'au moment où l'on intercepte l'arrivée de la vapeur; et qu'à partir de ce point la vapeur se détend dans le cylindre sans aucune perte de la chaleur totale qu'elle contient. Or ces diverses circonstances ne se présentent plus dans les machines que nous considérons; ainsi l'équation (A) ne leur est point applicable.

Pour calculer maintenant le point où l'on doit interrompre l'arrivée de la vapeur dans le cylindre, il faudrait établir, entre les forces qui sollicitent le piston dans la course montante, une relation analogue à l'équation (A), en y introduisant les variations que subit la pression de la vapeur pendant les diverses périodes de la course, et la condensation partielle qui accompagne la détente de la vapeur après que la communication de la chaudière au cylindre est interrompue. Cette relation ferait connaître la valeur du rapport $\frac{r}{l}$. Mais

comme l'introduction des circonstances que nous venons de mentionner, rend maintenant cette recherche très compliquée, et qu'on va voir qu'elle n'est plus nécessaire pour arriver à la connaissance de la vitesse ni des effets utiles de la machine, nous croyons inutile de nous en occuper.

Quant à l'équation (B), savoir :

$$k'' = \frac{\frac{n}{q} + \varphi - (1 + \delta)r - f'' - n}{\frac{n}{q} + p},$$

comme elle exprime les circonstances du mouvement pendant la course descendante du piston, et que ces circonstances n'éprouvent aucun changement par le fait du refroidissement et du réchauffement du cylindre pendant la course montante, il est clair que cette relation ne subira aucune modification.

Enfin, pour obtenir l'équation de la vitesse du piston, nous la déduirons comme précédemment, de l'égalité qui existe nécessairement entre la dépense de vapeur par le cylindre et la vaporisation effective ou utile de la chaudière. Si l'on appelle S' le volume d'eau *total* vaporisé par minute dans la chaudière, cette eau se transformera d'abord dans la chaudière en vapeur à la pression P. Ensuite cette vapeur passera dans le cylindre. Là une certaine portion se trouvera condensée par le contact du cylindre, et le reste, qui correspond à ce que nous appellons la vaporisation *effective* de la

machine, passera, en se refroidissant, à la pression P′ indiquée plus haut. Mais comme l'eau formée dans le cylindre par la condensation partielle de la vapeur, y subsiste jusqu'à la fin de la course, il s'ensuit que la vapeur en prenant la pression P′, se trouvera en contact avec une certaine quantité de liquide, et qu'elle sera par conséquent au maximum de densité pour sa pression et sa température. Donc, si nous appelons toujours S la vaporisation *effective* de la machine par minute, ou le volume d'eau réellement employé au jeu du mécanisme, ce volume d'eau une fois passé à l'état de vapeur à la pression P′, occupera (chapitre II, § 4, 5, 6), un espace exprimé par

$$\frac{S}{n + qP'}.$$

Ce sera donc d'abord le volume de vapeur résultant de la vaporisation effective de la machine.

D'un autre côté, puisque P′ est la pression moyenne de la vapeur dans le cylindre, pendant la *totalité* de la course, il s'ensuit que la capacité du cylindre qui, à chaque course montante, se remplit de vapeur à cette pression, est

$$a(l + c).$$

Mais à chaque course descendante, une certaine quantité de vapeur se trouve comprimée sous le piston et restituée à la chaudière. La pression de cette vapeur, au moment qu'on en fait la sépara-

tion, est p, et le volume qu'elle occupe sous cette pression est

$$a(l - l'' + c).$$

En repassant à la pression P′, elle ne perd aucune portion de sa chaleur totale, puisque cette action a lieu pendant la course descendante, c'est-à-dire quand le cylindre n'éprouve plus aucun refroidissement. Donc dans cette mutation, son volume variera dans le rapport

$$\frac{n + qP}{n + qP'};$$

ainsi sous la pression P′, cette vapeur restituée à la chaudière, représentera un volume exprimé par

$$a(l - l'' + c)\,\frac{n + qp}{n + qP'}.$$

Donc la dépense réelle de vapeur par double coup de piston, sera

$$a(l + c) - a(l - l'' + c)\,\frac{n + qp}{n + qP'}.$$

Par conséquent, si la machine donne M doubles coups de piston par minute, la dépense correspondante de vapeur sera

$$M\left[a(l + c) - a(l - l'' + c)\,\frac{n + qp}{n + qP'}\right].$$

Mais en exprimant par v la vitesse du piston, ou l'espace qu'il parcourt en produisant l'effet utile, on aura

$$v = Ml, \quad \text{ou} \quad M = \frac{v}{l}.$$

Donc le volume de vapeur dépensé par le cylindre dans une minute, sera

$$av\left[\frac{l+c}{l}-\frac{l-l'+c}{l}\cdot\frac{n+qp}{n+q\mathrm{P}'}\right].$$

Par conséquent enfin, en l'égalant au volume de vapeur résultant de la vaporisation effective de la machine et que l'on a fait connaître plus haut, on en déduira l'équation

$$v=\frac{\mathrm{S}}{a}\cdot\frac{1}{\frac{l+c}{l}(n+q\mathrm{P}')-\frac{l-l'+c}{l}(n+qp)}\ \ldots\ (1)$$

Et en remplaçant P' par sa valeur tirée de l'équation (C), on peut l'écrire également sous la forme

$$v=\frac{\mathrm{S}}{a}\cdot\frac{1}{\frac{l+c}{l}[n+q(\varphi+f'-\Pi)]-\frac{l-l'+c}{l}(n+qp)}.$$

Cette équation doit donc maintenant remplacer celle que nous avons obtenue pour le cas des machines à condenseur; et l'on remarquera qu'elle n'en diffère que par la substitution de l et P' au lieu de l' et P. Ainsi les modifications à introduire dans les équations obtenues pour le cas des machines à condenseur seront : la substitution dont on vient de parler, et la suppression de l'équation (A), qui n'est point applicable aux machines sans condenseur.

§ 2. *De la différence entre la vaporisation totale et la vaporisation effective de la machine, par suite du refroidissement du cylindre à chaque coup de piston.*

Avant d'être en état de passer à l'application des formules que nous venons d'exposer, il est encore un point qui exige quelques développements. Nous avons fait, dans les machines dont nous nous occupons, une distinction entre la vaporisation totale et la vaporisation effective ou utile de la machine. Cette dernière est celle qui figure dans nos formules, tandis que la vaporisation totale est la seule que l'on observe directement, ou que l'on puisse déduire de la mesure de la surface de chauffe des chaudières. Il est donc nécessaire de donner le moyen de passer de la connaissance de l'une de ces deux quantités à la connaissance de l'autre.

Quand la condensation de la vapeur n'est pas effectuée dans un condenseur séparé, mais dans le cylindre à vapeur lui-même, le métal de ce cylindre se trouve à chaque coup de piston refroidi d'abord à la température de condensation, et ensuite réchauffé par la vapeur de la chaudière, à la température correspondante à la pression P', que prend définitivement la vapeur dans le cylindre. Il se produit donc en pure perte, à chaque coup de piston, une condensation de vapeur dépendante de la quantité de métal à réchauffer, et de la différence de température entre les deux états

successifs du cylindre ; et c'est cette perte accidentelle qui produit la différence entre la vaporisation totale et la vaporisation effective de la machine.

Or, dans une même machine, la quantité de vapeur ainsi condensée à chaque course, est proportionnelle à la quantité de chaleur absorbée par le métal du cylindre, c'est-à-dire à la différence entre ses deux températures successives. En exprimant par T' et t ces deux températures, la quantité de vapeur condensée sera donc proportionnelle à la différence

$$(T' - t).$$

De plus, entre deux machines où ces deux températures seraient les mêmes, mais qui différeraient entre elles par l'étendue de la surface exposée au contact de la vapeur, la quantité de vapeur condensée serait en raison de l'étendue de surface et de l'épaisseur du métal ; ou bien, l'épaisseur du métal pouvant être prise comme proportionnelle au diamètre du cylindre, la condensation en question serait proportionnelle au produit de la surface exposée au refroidissement, par le diamètre du cylindre.

Si nous nommons d le diamètre du cylindre et π le rapport de la circonférence au diamètre, l et c exprimant toujours la longueur de la course du piston et la liberté du cylindre, la surface exposée au refroidissement, y compris la face inférieure du piston et le fond du cylindre, sera évidemment

$$\pi d(l + c) + \tfrac{1}{2}\pi d^2.$$

Mais comme, dans ces machines, on fait ordinairement le diamètre du cylindre égal aux deux tiers de la course, ou

$$d = \tfrac{2}{3}\, l,$$

la surface refroidie aura, plus simplement, pour mesure

$$\tfrac{2}{3}\,\pi l\,(l + c) + \tfrac{2}{9}\,\pi l^2.$$

Ainsi, en considérant à la fois la différence de température, l'étendue de surface à réchauffer et l'épaisseur du métal, la quantité de vapeur condensée à chaque course sera proportionnelle au produit de ces trois quantités. Si donc nous mesurons la vapeur sous la pression P', qu'elle prend définitivement dans le cylindre, et que nous exprimions par H un coefficient constant, le volume de vapeur condensé à chaque course sera de la forme

$$H(T'-t)\times[\tfrac{2}{3}\pi l(l+c)+\tfrac{2}{9}\pi l^2]\times\tfrac{2}{3}l=\tfrac{1}{9}\pi l^2\times\tfrac{4}{3}H(T'-t)[3(l+c)+l].$$

Mais la vapeur utilisée à chaque course dans le cylindre, y occupe sous la pression P', un volume exprimé par

$$\tfrac{1}{4}\,\pi\, d^2\,(l + c) = \tfrac{1}{9}\,\pi\, l^2\,(l + c).$$

Donc la vapeur condensée sera à la vapeur utilisée, dans le rapport indiqué par le nombre

$$\tfrac{4}{3}\, H\,(T'-t)\left(3 + \frac{l}{l+c}\right);$$

et comme la vapeur utilisée, plus la vapeur con-

densée, représentent la vapeur totale produite, la vapeur utilisée dans le cylindre sera définitivement à la production totale de vapeur dans le rapport

$$\frac{S}{S'} = \frac{1}{1 + \frac{4}{3} H (T' - t) \left(3 + \frac{l}{l + c}\right)}.$$

Le facteur constant H, contenu dans cette expression, dépend de la capacité de la vapeur et du métal pour la chaleur, et devra nécessairement être déterminé, une fois pour toutes, par expérience directe.

Pour cela, on mesurera exactement dans une machine, et pendant un temps suffisamment long: 1° la température de l'eau qui sort du cylindre, après la condensation définitive de la vapeur qui a produit son effet; 2° la température moyenne du cylindre, prise au moyen d'un thermomètre mis en contact avec lui, l'expérience prouvant qu'un thermomètre ainsi placé s'arrête promptement à un degré constant; 3° la quantité d'eau qui sort du cylindre après la condensation définitive de la vapeur; 4° la quantité d'eau injectée dans le cylindre pour produire cette condensation; et enfin on comptera le nombre des coups de piston donnés par la machine pendant la durée de l'expérience.

Cela posé, 1° la température de l'eau qui sort du cylindre, après la condensation définitive de la vapeur, sera aussi celle de la vapeur en contact

avec cette eau; c'est-à-dire que ce sera la température t de la vapeur imparfaitement condensée dans le cylindre.

2°. La température observée du cylindre sera une moyenne entre la température de condensation, et la température de la vapeur pendant qu'elle exerce son action dans le cylindre; puisque pendant chaque course descendante du piston, le cylindre tend à être refroidi à la température de condensation, et que pendant chaque course montante au contraire, il tend à être réchauffé à la température de la vapeur pendant son action effective. Donc en appelant T la température observée du cylindre, on aura

$$T = \frac{T' + t}{2};$$

et par conséquent

$$T' = 2T - t.$$

Ainsi l'on connaîtra facilement T', ou la température moyenne de la vapeur pendant son action dans le cylindre, c'est-à-dire pendant qu'elle y est à la pression P'.

3°. La dépense utile de vapeur à la pression P', qui se fait par le cylindre à chaque course, est exprimée par

$$a(l + c).$$

Donc en multipliant cette quantité par le nombre de coups de piston de la machine pendant toute

la durée de l'expérience, on aura le volume de vapeur utilisé dans le cylindre.

Pour en conclure le volume d'eau correspondant, il suffit d'observer que, puisque l'eau de condensation qui se forme dans le cylindre, n'en est pas retirée à mesure de sa formation, la vapeur utilisée dans le cylindre s'y trouve toujours en contact avec le liquide; c'est-à-dire y est, comme nous l'avons déjà dit, au maximum de densité pour sa température. Or nous avons donné (§ 3, chapitre II); une table des volumes *relatifs* de la vapeur en contact avec le liquide, sous diverses températures. En prenant donc dans cette table le volume relatif correspondant à la température T'; puisque ce volume *relatif* n'est autre chose que le rapport du volume de la vapeur à celui d'un même poids d'eau, il suffira de diviser par ce rapport, le volume de la vapeur utilisée, obtenu il y a un instant, et l'on en conclura le volume d'eau correspondant, ou la vaporisation effective S de la machine.

4°. La quantité totale d'eau qui sort du cylindre après la condensation, étant diminuée de l'eau d'injection et de l'eau utilisée, fera connaître le volume d'eau condensé par le contact du cylindre.

Ainsi l'on obtiendra facilement le rapport entre le volume d'eau condensé par suite du refroidissement du cylindre et le volume d'eau utilisé. Soit donc M ce rapport. Puisque nous avons vu qu'il a également pour valeur générale l'expression

$$\frac{4}{3}\,\mathrm{H}\,(\mathrm{T}'-t)\left(3+\frac{l}{l+c}\right),$$

on aura

$$\frac{4}{3}\,\mathrm{H}\,(\mathrm{T}'-t)\left(3+\frac{l}{l+c}\right)=\mathrm{M};$$

et comme on connaît les températures T′ et t, ainsi que les quantités l et c, il s'ensuit que cette équation fera définitivement connaître la valeur de la constante H, qui sera

$$\frac{4}{3}\,\mathrm{H}=\frac{\mathrm{M}}{(\mathrm{T}'-t)\left(3+\frac{l}{l+c}\right)}.$$

Les expériences dont on vient d'indiquer la marche, manquent encore; mais jusqu'à ce qu'elles aient pu être faites avec le soin nécessaire, nous pouvons faire usage de quelques observations pratiques, qui n'ont pas le degré de précision nécessaire pour conduire à la détermination exacte de la quantité H, mais qui permettent du moins de lui assigner une valeur approximative provisoire.

Watt a reconnu par un grand nombre d'observations directes (*Watt on the steam-engine,* pages 66 et 95), que dans les machines atmosphériques le moins sujettes à la perte dont nous nous occupons, la condensation qui a lieu par suite du refroidissement du cylindre, s'élève à 0.75 de la vapeur utilisée; et que dans celles qui, au contraire, y sont le plus sujettes, cette condensation s'élève à deux fois la vapeur utilisée; et il a en même temps trouvé que la température de condensation dans

ces machines, varie entre 174 et 142 degrés du thermomètre de Fahrenheit.

Les machines les moins sujettes à la perte de vapeur par refroidissement du cylindre, sont évidemment celles où la condensation se fait à la plus haute température; et dans lesquelles, en outre, la liberté du cylindre est la moindre en usage, puisque cette liberté du cylindre forme une augmentation d'autant dans la masse de métal à réchauffer. Ce sont donc les machines où la condensation a lieu à 174 degrés, et dont la liberté du cylindre n'est que d'un dixième de la course utile du piston.

Les machines les plus sujettes à la même perte, sont, par la raison contraire, celles où la condensation s'effectue à la température de 142 degrés, et dont la liberté du cylindre s'élève aux trois dixièmes de la course.

D'un autre côté, on peut évaluer assez exactement la pression et par conséquent la température que prend la vapeur dans le cylindre de ces machines, pendant la course montante du piston. En effet, on a vu qu'il y a équilibre entre cette pression et la résistance du piston. Or la résistance du piston se compose alors de la pression atmosphérique, augmentée du frottement de la machine et diminuée du contre-poids. Si donc on regarde le contre-poids comme contre-balançant le frottement de la machine, ce que l'expérience indique à très peu près dans les machines de Watt,

on voit que la pression P′ de la vapeur dans le cylindre, sera égale à la pression atmosphérique; et par conséquent, la température T′ correspondante à cette pression sera généralement de 212 degrés de Fahrenheit ou de 100 degrés du thermomètre centigrade.

En faisant donc usage de cette évaluation comme d'une moyenne applicable sans grande erreur aux observations de Watt, on voit que ces observations fourniront, pour l'évaluation approximative du facteur H, les deux équations suivantes :

$$\frac{4}{3}\,H = \frac{0.75}{(212 - 174)\left(3 + \frac{1}{1.1}\right)} = 0{,}0050,$$

$$\frac{4}{3}\,H = \frac{2}{(212 - 142)\left(3 + \frac{1}{1.3}\right)} = 0.0076.$$

Entre ces deux valeurs, la moyenne serait 0.0063; mais comme le second cas se présente beaucoup plus rarement que le premier, et qu'il est un cas extrême qui peut tenir à une disposition mal entendue des parties de la machine ou à quelque cause accidentelle dont on ne peut tenir compte dans le calcul, nous croyons plus exact de nous en tenir à la première des deux déterminations ci-dessus, savoir:

$$\frac{4}{3}\,H = 0.0050.$$

Lorsqu'on fait usage des températures exprimées

en degrés du thermomètre centigrade, cette expression devient

$$\frac{4}{3} H = 0.0091.$$

Ainsi, jusqu'à des recherches plus précises à ce sujet, nous évaluerons, dans ces machines, la vaporisation effective, en fonction de la vaporisation totale de la chaudière, d'après la relation suivante:

$$S = \frac{S'}{1 + 0.005(T' - t)\left(3 + \frac{l}{l+c}\right)}, \text{ en mesures anglaises;}$$

$$S = \frac{S'}{1 + 0.0091(T' - t)\left(3 + \frac{l}{l+c}\right)}, \text{ en mesures françaises.}$$

Dans cette relation, t exprime la température de la vapeur imparfaitement condensée dans le cylindre pendant la course descendante du piston, et T' la température moyenne de la vapeur dans le cylindre pendant la course montante du piston. Cette dernière température étant d'ailleurs celle qui correspond à la pression P', déterminée par l'équation (C), ou

$$P' = \varphi + f' - \Pi,$$

on voit que, sans l'observer directement, elle sera facilement connue par les tables données dans le paragraphe 3 du chapitre II. Cependant, pour la pratique, on pourra, dans le plus grand nombre de cas, prendre plus simplement encore pour T', la température qui correspond à la pression atmosphérique, savoir 212 degrés du thermomètre de

Fahrenheit, ou 100 degrés du thermomètre centigrade.

Cette évaluation de la vaporisation effective n'est certainement qu'une approximation très imparfaite; mais en attendant des recherches plus précises, peut-être trouvera-t-on qu'elle est suffisante pour des machines dans lesquelles on tient si peu à l'exact emploi de la force motrice, qu'on ne craint pas de laisser perdre de la moitié aux deux tiers de la vaporisation effectuée dans la chaudière, c'est-à-dire de la force motrice produite par la machine.

La quantité S déterminée par l'équation précédente, est celle dont on devra faire usage pour calculer les effets de la machine; et en se reportant aux modifications signalées dans le paragraphe précédent de cet article, on voit que les formules propres à calculer les proportions ou les effets des machines atmosphériques sans condenseur, seront les suivantes :

$$P' = \phi + f' - \Pi \quad \text{(C)}$$

$$\frac{S}{S'} = \frac{1}{1 + \frac{4}{3} H (T' - t)\left(3 + \frac{l}{l+c}\right)} \quad \text{(D)}$$

$$k'' = \frac{\frac{n}{q} + \varphi - (1 + \delta) r - f'' - \Pi}{\frac{n}{q} + p} \quad \text{(B)}$$

$$v = \frac{S}{a} \cdot \frac{1}{\frac{l+c}{l}(n + qP') - \frac{l - l'' + c}{l}(n + qp)} \quad \text{(1)}$$

$$ar = \frac{a}{1+\delta}\left[\frac{n}{q} + \varphi - f'' - \Pi - \left(\frac{n}{q} + p\right)k''\right] \quad \text{(2)}$$

$$S\ldots = av\left[\frac{l+c}{l}(n+qP') - \frac{l-l''+c}{l}(n+qp)\right]. \quad (3)$$

$$E.^u. = arv \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Pour faire usage de ces formules, il est clair que la première chose à faire sera de déterminer P′, ou la pression dans le cylindre, au moyen de l'équation (C). Ensuite, connaissant P′, on trouvera immédiatement la température correspondante T′, en se servant des tables données dans le paragraphe 3 du chapitre II. Enfin cette valeur de T′ étant substituée dans l'équation (D), fera connaître la vaporisation effective S. Alors, pour les différents problèmes que l'on peut avoir à résoudre, il n'y aura plus qu'à procéder selon le mode expliqué dans le paragraphe 3 de l'article Ier du présent chapitre.

ARTICLE TROISIÈME.

FORMULES PRATIQUES POUR LES MACHINES ATMOSPHÉRIQUES, ET EXEMPLE DE LEUR APPLICATION.

Pour obtenir les formules pratiques convenables au calcul des machines atmosphériques, il faut, dans les équations algébriques développées précédemment, remplacer les quantités constantes par leur valeur déduite de l'expérience ou de l'observation.

Dans ces machines, la pression P de la vapeur dans la chaudière, est ordinairement d'une livre

et demie à deux livres par pouce carré, au-dessus de la pression atmosphérique; c'est-à-dire qu'on a en général

$$P = 16.5 \times 144 \text{ livres par pied carré.}$$

La pression atmosphérique varie suivant l'état de l'atmosphère, et dans les cas d'expériences délicates, il est nécessaire de mesurer exactement cette pression d'après l'observation du baromètre; mais dans les calculs généraux, on peut la prendre à sa valeur moyenne qui est de 14.71 livres par pouce carré. En la rapportant au pied carré, on a donc

$$\varphi = 14.71 \times 144 \text{ lbs.}$$

La pression p de condensation dans le cylindre doit être observée directement dans chaque cas où la chose est possible. On se servira pour cela de l'*indicateur de la pression* de Watt, si la machine a un condenseur; et si elle n'en a pas, on se contentera de prendre la température de l'eau qui sort du cylindre après la condensation. Cette température étant aussi celle de la vapeur avec laquelle l'eau était en contact, en consultant les tables de correspondance entre la pression et la température, dans les vapeurs en contact avec le liquide (chapitre II, § 3), on connaîtra la pression de condensation sous le piston. La température de condensation ainsi observée dans un grand nombre de machines atmosphériques, s'est

trouvée varier entre 142 et 174 degrés du thermomètre de Fahrenheit ; ce qui correspond à des pressions de condensation comprises entre 3 et 7 livres par pouce carré. Ainsi, en rapportant cette pression au pied carré, on aura le plus ordinairement

$$p = 4.7 \times 144 \text{ lbs}, \text{ et } t = 158°.$$

Quant à la valeur des frottements f', f'' et δ, nous manquons d'expériences spéciales qui puissent nous donner des notions certaines à ce sujet ; mais pour être en mesure de montrer la marche du calcul dans les applications, nous porterons approximativement ces quantités dans les machines atmosphériques, à la même évaluation que dans les machines de Watt. La construction peu dissemblable de ces deux espèces de machines, nous donne lieu de penser, en effet, que cette évaluation sera assez voisine de la vérité, pour que les résultats obtenus par ce moyen puissent être de quelque utilité dans la pratique.

Nous prendrons donc le frottement de la machine non chargée, soit dans une course, soit dans l'autre, comme étant de 0.5 livre par pouce carré de la surface du piston, pour les machines qui ont un cylindre de 48 à 50 pouces de diamètre environ, et comme variant avec les proportions du cylindre, selon ce que la pratique a indiqué pour les machines de Watt ; c'est-à-dire s'élevant à 1.5 lb pour les machines d'un cylindre de 17 pouces seu-

lement de diamètre, ou se réduisant au contraire d'une manière analogue, quand le cylindre a des dimensions plus considérables. De même, nous admettrons, jusqu'à détermination spéciale, que le frottement additionnel δ, s'élève au même taux que dans les machines locomotives.

Pour les machines ayant un cylindre peu différent de 50 pouces de diamètre, on aura donc

$f' = f'' =$ 72 lbs par pied carré de la surface du piston,
et $\delta = 0.14$.

Enfin, ces machines étant à condensation, les valeurs des coefficients n et q, du volume relatif de la vapeur, seront en mesures anglaises,

$$n = 0.00004227,$$
$$q = 0.000000258.$$

Pour obtenir les formules pratiques définitives, qui conviennent au calcul de ces machines, il faudrait pouvoir substituer dans les équations algébriques développées, la valeur de chacune des constantes qui y figurent; mais comme les pressions P et p varient dans les diverses machines, et que l'évaluation que nous avons donnée des frottements, varie également selon le diamètre du cylindre, nous nous contenterons de substituer les valeurs de φ, n et q. Alors les équations algébriques seront remplacées par les suivantes:

Formules pratiques pour les machines atmosphériques à condenseur (mesures anglaises).

$$k' = \frac{2282 + f' - \Pi}{164 + P}$$ .... Réglement de la course montante du piston.

$$k'' = \frac{2282 - (1+\delta)r - f'' - \Pi}{164 + p}$$. Réglement de la course descendante du pist.

$$ar = \frac{a}{1+\delta}[2282 - f'' - \Pi - (164 + p)k'']$$ ....
.... Charge utile du piston, en livres.

$$v = \frac{S}{a} \cdot \frac{10,000}{\frac{l'+c}{l}(0.4227+0.00258P) - \frac{l-l''+c}{l}(0.4227+0.00258p)}$$ ......

.... Vitesse du piston, en pieds par minute.

$$S = \frac{av}{10,000}\left[\frac{l'+c}{l}(0.4227+0.00258P) - \frac{l-l''+c}{l}(0.4227+0.00258p)\right].$$

.... Vaporisation effective, en pieds cubes d'eau par minute.

$E.^{u.} = arv$.................. Effet utile, en livres élevées à un pied par minute.

$F.^{u.ch.} .. = \frac{E.^{u.}}{33000}$............ Force utile, en chevaux.

$E.^{u.1lb.co.} = \frac{E.^{u.}}{N}$ .... Effet utile de 1 livre de combustible, en livres élevées à 1 pied.

$E.^{u.\,1p.e.}\ldots = \dfrac{E.^{u.}}{S}$ .... Effet utile dû à la vaporisation de 1 pied cube d'eau, en livres élevées à 1 pied.

$Q.^{co.pr.1ch.}\ldots = \dfrac{33000N}{E.^{u.}}$ .... Quantité de combustib., en livres, qui produit la force d'un cheval.

$Q.^{e.pr.1ch.}\ldots = \dfrac{33000S}{E.^{u.}}$ .... Quantité d'eau, en pieds cubes, qui produit la force d'un cheval.

$F.^{u.ch.pr.1lb.co.} = \dfrac{E.^{u.}}{33000N}$ .... Force de chevaux produite par livre de combustible.

$F.^{u.ch.pr.1p.e.} = \dfrac{E.^{u.}}{33000S}$ .... Force de chevaux produite par pied cube d'eau vaporisé.

Ces formules conviendront au cas où la machine sera munie d'un condenseur séparé; mais *si la machine est sans condenseur,* il faudra employer les formules suivantes:

Formules pratiques pour les machines atmosphériques sans condenseur (mesures anglaises).

$P' = \varphi + f' - \Pi$ .... Pression totale de la vapeur dans le cylindre, pendant la course montante.

$$\frac{S}{S'} = \frac{1}{1+0.005(T'-t)\left(3+\frac{l}{l+c}\right)}$$ Rapport entre la vapor. effective de la mach., et la vaporisation totale de la chaudière.

$$k'' = \frac{2282-(1+\delta)\,r-f''-\Pi}{164+p}$$ Réglement de la course descendante du piston.

$$ar = \frac{a}{1+\delta}\left[2282-f''-\Pi-(164+p)k''\right]$$ .... Charge utile du piston, en livres.

$$v = \frac{S}{a}\cdot\frac{10,000}{\frac{l+c}{l}(0.4227+0.00258P')-\frac{l-l''+c}{l}(0.4227+0.00258p)}$$ .... Vitesse du piston, en pieds par minute.

$$S = \frac{av}{10,000}\left[\frac{l+c}{l}(0.4227+0.00258P')-\frac{l-l''+c}{l}(0.4227+0.00258p)\right]$$ .... Vaporisation effective, en pieds cubes d'eau par minute.

$E.^{u.} = arv$ .... Effet utile, en livres élevées à 1 pied par minute.

$F.^{u.ch.} \ldots = \frac{E.^{u.}}{33000}$ .... Force utile, en chevaux.

$E.^{u.\,1\,lb.\,co.} = \frac{E.^{u.}}{N}$ .... Effet utile de 1 livre de combustible, en livres élev. à 1 pied.

$E.^{u.\,1\,p.\,e.} = \frac{E.^{u.}}{S'}$ .... Effet utile dû à la vaporis. de 1 pied cube d'eau, en livres élev. à 1 pied.

$Q.^{co.pr.1ch.} \ldots = \dfrac{33000N}{E.^{u.}}$ .... Quantité de combustible, en livres, qui produit la force d'un cheval.

$Q.^{e.pr.1ch.} \ldots = \dfrac{33000S'}{E.^{u.}}$ .... Quantité d'eau, en pieds cubes, qui produit la force d'un cheval.

$F.^{u.ch.pr.1lb.co.} = \dfrac{E.^{u.}}{33000N}$ .... Force de chev. produite par livre de combustible.

$F.^{u.ch.pr.1p.c.} \ldots = \dfrac{E.^{u.}}{33000S'}$ .... Force de chev. produite par pied cube d'eau vaporisé.

Dans la première de ces formules, nous laissons la pression atmosphérique exprimée par φ, afin qu'on puisse, quand il sera plus commode, calculer la pression P' selon la mesure ordinaire, c'est-à-dire en livres par *pouce* carré; ce qui se fera en attribuant à φ, f' et Π leur valeur rapportée à la même unité.

Dans toutes les machines où il existe une différence entre la vaporisation totale et la vaporisation effective, il est clair que lorsqu'on cherche les effets dus à une vaporisation déterminée, il s'agit toujours des effets dus à une vaporisation *totale* déterminée. C'est pourquoi dans les formules relatives à ces déterminations, nous avons introduit S' au lieu de S. Si cependant l'on avait besoin de

connaître les effets dus à une vaporisation effective donnée, il suffirait de rétablir dans ces formules la quantité S, et elles donneraient alors les effets cherchés.

Pour montrer maintenant une application numérique de ces formules, nous supposerons une machine *sans condenseur,* présentant les dimensions et données suivantes :

Diamètre du cylindre, 52 pouces; ou surface du piston, $a = 14.75$ pieds carrés.

Course du piston, $l = 7$ pieds.

Liberté du cylindre, 0.29 de la course utile du piston; ou $c = 0.29\, l$.

Pression totale de la vapeur dans la chaudière, 16.5 livres par pouce carré; ou $P = 16.5 \times 144$ livres par pied carré.

Température de condensation, $t = 152$ degrés de Fahrenheit; ce qui donne pour la pression de condensation, 4 livres par pouce carré, ou $p = 4 \times 144$ livres par pied carré.

Vaporisation totale de la chaudière, 1.50 pied cube d'eau par minute; ou $S' = 1.50$.

Consommation de houille dans le même temps, 11.9 livres; ou $N = 11.9$.

Contre-poids, 1.25 livre par pouce carré de la surface du piston; ou $\Pi = 1.25 \times 144$ lbs.

Avec ces données, il s'agit de déterminer les effets que l'on doit attendre de la machine. En adoptant donc d'abord le contre-poids tel qu'il est indi-

qué, et supposant qu'on donne diverses charges à la machine; puis ensuite en essayant diverses valeurs du contre-poids, pour trouver celui qui produira l'effet utile le plus avantageux, et exécutant d'ailleurs le calcul d'après le mode indiqué § 3, 4, 5, 6 et 8, Art. Ier, et § 2, Art. II, de ce chapitre, on obtiendra les résultats suivants:

Effets de la machine avec le contre-poids donné.

$$\frac{\Pi}{144} = 1.25 \text{ lb.}$$

		Maximum d'effet utile.	
$\frac{r}{144}$	= 7	.. 7.65	.. 7.80
ar	= 14,866	.. 16,246	.. 16,565
v	= 81.03	.. 76.29	.. 74.48
S′	= 1.50	.. 1.50	.. 1.50
$E.^{u.}$	= 1,204,510	.. 1,239,370	.. 1,233,670
$F.^{u.ch.}$	= 36.50	.. 37.56	.. 37.38
$E.^{u.1lb.co.}$ ...	= 101,220	.. 104,150	.. 103,670
$E.^{u.1p.e.}$	= 803,010	.. 826,250	.. 822,450
$Q.^{co.pr.1ch.}$ ..	= 0.326	.. 0.317	.. 0.318
$Q.^{e.pr.1ch.}$ ..	= 0.0411	.. 0.0399	.. 0.0401
$F.^{u.ch.pr.1lb.co.}$	= 3.07	.. 3.16	.. 3.14
$F.^{u.ch.pr.1p.e.}$.	= 24.33	.. 25.04	.. 24.92

Effets maxima de la machine avec divers contre-poids.

		Maximum absolu d'effet utile.	
$\frac{n}{144}$	= 1.25	1.50	1.75
$\frac{r}{144}$	= 7.65	7.40	7.20
ar	= 16,246	15,715	15,290
v	= 76.29	79.09	80.92
S'	= 1.50	1.50	1.50
$E.^{u.}$	= 1,239,370	1,242,880	1,237,230
$F.^{u.ch.}$	= 37.56	37.66	37.49
$E.^{u.\,1\,lb.co.}$	= 104,150	104,440	103,970
$E.^{u.\,1\,p.e.}$	= 826,250	828,590	824,820
$Q.^{co.pr.\,1\,ch.}$	= 0.317	0.316	0.317
$Q.^{e.pr.\,1\,ch.}$	= 0.0399	0.0398	0.0400
$F.^{u.ch.pr.\,1\,lb.co.}$	= 3.16	3.165	3.15
$F.^{u.ch.pr.\,1\,p.e.}$	= 25.04	25.11	25.00

La machine que nous venons de soumettre au calcul est celle que l'ingénieur anglais Smeaton établit à Long-Benton, et qui est bien connue. En vaporisant la quantité d'eau que nous avons indiquée, sa vitesse ordinaire, avec une charge modérée, était de 84 pieds par minute; et ce résultat s'approche assez de ceux que nous avons obtenus, pour leur servir de vérification pratique. On re-

connaît encore, en examinant les effets produits avec divers contre-poids, que celui qu'on avait attribué à cette machine, n'était pas le plus avantageux qu'on pût lui donner, et qu'avec un contre-poids de 1.50 au lieu de 1.25 livre par pouce carré de la surface du piston, la machine aurait produit un effet utile plus considérable.

On s'assure d'ailleurs facilement que la charge la plus avantageuse pour le contre-poids de 1.25 livre par pouce carré, est effectivement celle de 7.65 livres par pouce carré du piston; et que la combinaison la plus avantageuse pour la machine consiste à lui donner simultanément un contre-poids de 1.50 livre et une charge de 7.40 lbs par pouce carré, car en effectuant les calculs nécessaires on obtient les trois tableaux suivants :

$\frac{\Pi}{144}=1.25$ ..	$\frac{r}{144}=7.60$ ..	E.u· = 1,238,710	
	7.65	1,239,370	max.
	7.70	1,237,690	
$\frac{\Pi}{144}=1.50$ ..	$\frac{r}{144}=7.30$ ..	E.u· = 1,236,005	
	7.40	1,242,880	max. ab.
	7.50	1,241,910	
$\frac{\Pi}{144}=1.75$ ..	$\frac{r}{144}=7.10$ ..	E.u· = 1,234,840	
	7.20	1,237,230	max.
	7.30	1,235,805	

Si l'on veut obtenir, en mesures françaises, les formules pratiques que l'on vient d'exposer, il faut

observer que les valeurs des constantes reviennent alors aux suivantes :

Coefficients du volume relatif de la vapeur. . . . . $\begin{cases} n=0.00004227, \\ q=0.0000000529. \end{cases}$

Pression atmosphérique, 1.033 kilogramme par centimètre carré; ou $\varphi = 10330$.

Pression totale dans la chaudière, 1.1596 kilogrammes par centimètre carré; ou $P = 11596$ kilogrammes par mètre carré.

Pression ordinaire de condensation dans le cylindre, 0.3303 kilogramme par centim. carré; ou $p = 3303$ kilogrammes par mètre carré.

Frottement de la machine non chargée, dans la course montante ou descendante, pour une machine de grandes dimensions, $f' = f'' = 351$ kilogrammes par mètre carré de la surface du piston.

Frottement additionnel de la machine par unité de résistance imposée sur le piston, $\frac{1}{7}$ de cette résistance; ou $\delta = 0.14$.

En faisant donc les substitutions convenables, on obtiendra les formules suivantes :

Formules pratiques pour les machines atmosphériques à condenseur (mesures françaises).

$$k' = \frac{11129 + f' - \Pi}{799 + p} \quad \text{. . Réglement de la course montante du piston.}$$

$$k'' = \frac{11129 - (1 + \delta) r - f'' - \Pi}{799 + p} \quad \text{. . . . . Réglement de la course descendante du pist.}$$

$ar = \frac{a}{1+\delta}[1129 - f'' - \Pi - (799+p)k'']$ .... Charge utile du piston, en kilogrammes.

$v = \frac{S}{a} \cdot \frac{10,000}{\frac{l'+c}{l}(0.4227+0.000529P) - \frac{l-l''+c}{l}(0.4227+0.000529p)}$ .... Vitesse du piston, en mètres par minute.

$S = \frac{av}{10,000}\left[\frac{l'+c}{l}(0.4227+0.000529P) - \frac{l-l''+c}{l}(0.4227+0.000529p)\right]$. .... Vaporisation effective, en mètres cubes d'eau par minute.

$E.^{u.} = arv$ .... Effet utile, en kilogr. élevés à 1 mètre par minute.

$F.^{u.ch.}$ ...... $= \frac{E.^{u.}}{4500}$ .... Force utile, en chev.

$E.^{u.\,1\,k.co.}$ .... $= \frac{E.^{u.}}{N}$ .... Effet utile de 1 kilog. de combustible, en kilogrammes élevés à 1 mètre.

$E.^{u.\,1\,m.c.}$ .... $= \frac{E.^{u.}}{S}$ .... Effet utile dû à la vaporisation de 1 mètre cube d'eau, en kilog. élevés à 1 mètre.

$Q.^{co.pr.\,1\,ch.}$ ... $= \frac{4500N}{E.^{u.}}$ .... Quantité de combustible, en kilog., qui produit la force d'un cheval.

$Q.^{e.pr.\,1\,ch.}$ .. $= \frac{4500S}{E.^{u.}}$ .... Quantité d'eau, en mètres cubes, qui produit la force d'un chev.

$$F.^{u.ch.pr.1.k\,co.} = \frac{E.^{u.}}{4500N} \ldots\ldots\ldots$$ Force de chevaux produite par kilogramme de combustible.

$$F.^{u.ch.pr.1m.c.} = \frac{E.^{u.}}{4500S} \ldots\ldots\ldots$$ Force de chevaux produite par mètre cube d'eau vaporisé.

Les formules qui précèdent conviennent aux machines qui sont munies d'un condenseur séparé; mais si la condensation de la vapeur après chaque coup de piston, a lieu dans le cylindre à vapeur lui-même, on fera usage des formules suivantes:

Formules pratiques pour les machines atmosphériques sans condenseur (mesures françaises):

$$P' = \varphi + f' - \Pi \ldots\ldots\ldots$$ Pression totale de la vapeur dans le cylindre, pendant la course montante.

$$\frac{S}{S'} = \frac{1}{1 + 0.0091\,(T' - t)\left(3 + \frac{l}{l+c}\right)} \ldots\ldots$$ Rapport entre la vaporisation effective de la machine, et la vaporisation totale de la chaudière.

$$k'' = \frac{11129 - (1 + \delta)\,r - f'' - \Pi}{799 + p} \ldots\ldots\ldots$$ Réglement de la course descendante du piston.

$ar = \frac{a}{1+\delta}[11129 - f'' - \Pi - (799+p)k'']$ .... Charge utile du piston, en kilogrammes.

$v = \frac{S}{a} \cdot \frac{10,000}{\frac{l+c}{l}(0.4227+0.000529P') - \frac{l-l''+c}{l}(0.4227+0.000529p)}$. .... Vitesse du piston, en mètres par minute.

$S = \frac{av}{10,000}\left[\frac{l+c}{l}(0.4227+0.000529P') - \frac{l-l''+c}{l}(0.4227+0.000529p)\right]$. .... Vaporisation effective, en mètres cubes d'eau par minute.

$E.^{u.} = arv$ .... Effet utile, en kilogrammes élevés à 1 mètre par minute.

$F.^{u.ch.} = \frac{E.^{u.}}{4500}$ .... Force utile, en chevaux.

$E.^{u.1k.co.} = \frac{E.^{u.}}{N}$ .... Effet utile de 1 kilog. de combustible, en kilogrammes élevés à 1 mètre.

$E.^{u.1m.e.} = \frac{E.^{u.}}{S'}$ .... Effet utile dû à la vaporisation de 1 mètre cube d'eau, en kilogram. élev. à 1 mètre.

$Q.^{co.pr.1ch.} = \frac{4500N}{E.^{u.}}$, ... Quantité de combustible, en kilog., qui produit la force d'un cheval.

$Q.^{e.pr.1ch.} ... = \frac{4500\,S'}{E.^{u.}}$ .... Quantité d'eau, en mètres cubes, qui prod. la force d'un cheval.

$F_{u.ch.pr.\,1\,k.co.} = \dfrac{E.^{u.}}{4500N}$ .... Force de chevaux produite par kilogramme de combustible.

$F_{u.ch.pr.\,1\,m.c.} = \dfrac{E.^{u.}}{4500S}$ .... Force de chevaux produite par mètre cube d'eau vaporisé.

Si l'on veut appliquer ces formules à la même machine, dont nous avons donné plus haut les dimensions en mesures anglaises, on aura d'abord pour les données du calcul :

Diamètre du cylindre, 132.08 centimètres; ou $a = 1.370$ mètre carré.

Course du piston, $l = 2.134$ mètres.

Liberté du cylindre, 0.29 de la course utile du piston; ou $c = 0.29\,l$.

Pression totale de la vapeur dans la chaudière, 1.1596 kilogramme par centimètre carré; ou $P = 11596$ kilogrammes par mètre carré.

Température de condensation, $t = 66.66$ degrés centigrades; ce qui donne pour la pression de condensation, 0.2811 kilogrammes par centimètre carré, ou $p = 2811$ kilogrammes par mètre carré.

Vaporisation totale dans la chaudière, 0.0425 mètre cube d'eau par minute; ou $S' = 0.0425$.

Consommation de houille dans le même temps, 5.395 kilogrammes; ou $N = 5.395$.

Contre-poids, 0.0879 kilogramme par centimètre carré de la surface du piston; ou $\Pi = 879$ kilogrammes par mètre carré de la surface du piston.

Avec ces données, les effets de la machine, d'abord en lui conservant le contre-poids désigné, et ensuite en faisant varier ce contre-poids, seraient :

Effets de la machine avec le contre-poids donné,

$$\frac{\Pi}{10,000} = 0.0879.$$

		Maximum d'effet utile.	
$\frac{r}{10,000}$	= 0.4919	... 0.5376	... 0.5481
ar........	= 6,740	... 7,366	... 7,510
v.........	= 24.64	... 23.20	... 22.65
S′........	= 0.0425	... 0.0425	... 0.0425
$E.^{u.}$.......	= 166,066	... 170,880	... 170,083
$F.^{u.ch.}$.....	= 36.90	... 37.97	... 37.80
$E.^{u.1h.co.}$...	= 30,782	... 31,674	... 31,526
$E.^{u.1m.e.}$...	= 3,907,420	... 4,020,700	... 4,001,940
$Q.^{co.pr.1ch.}$.	= 0.146	... 0.142	... 0.143
$Q.^{e.pr.1ch.}$..	= 0.00115	... 0.00112	... 0.00113
$F.^{u.ch.pr.1h.co.}$	= 6.84	... 7.04	... 7.01
$F.^{u.ch.pr.1m.e.}$.	= 868	... 893	... 889

Effets maxima de la machine avec divers contre-poids.

		Maximum absolu d'effet utile.	
$\frac{\Pi}{10,000}$	= 0.0879	... 0.1054	... 0.1230
$\frac{r}{10,000}$	= 0.5376	... 0.5200	... 0.5060
ar........	= 7,366	... 7,125	... 6,933
v..........	= 23.20	... 24.05	... 24.61
S′........	= 0.0425	... 0.0425	... 0.0425

	Maximum absolu d'effet utile:		
$E.^{u.}$ .... =	170,880	... 171,353	... 170,593
$F.^{u.ch.}$ ..... =	37.97	... 38.08	... 37.91
$E.^{u.1k.co.}$.... =	31,674	... 31,762	... 31,621
$E.^{u.1m.e.}$.... =	4,020,700	... 4,031,810	... 4,013,930
$Q.^{co.pr.1ch.}$.. =	0.142	... 0.1417	... 0.142
$Q.^{e.pr.1ch.}$.. =	0.00112	... 0.001116	... 0.00112
$F.^{u.ch.pr.1k.co.}$=	7.04	... 7.06	... 7.03
$F.^{u.ch.pr.1m.e.}$. =	893	... 896	... 892

Les machines atmosphériques n'avaient pu être calculées jusqu'ici. Les auteurs qui se sont le plus occupés de ces matières ont renoncé à indiquer des formules à cet égard, et n'ont pas même tenté d'y appliquer une méthode analogue à celle des coefficients. La facilité avec laquelle on calcule ces machines, aussi bien que toutes les autres, par la théorie que nous avons exposée, fournit donc une dernière preuve de l'exactitude de cette théorie; et nous espérons en conséquence que les formules que nous en avons déduites, pourront rendre quelques services pour l'établissement des machines à vapeur de tout genre et de tout système.

APPENDICE.

Courtes notions destinées aux personnes peu familiarisées avec les signes algébriques, et propres à leur rendre clair et facile l'usage des formules contenues dans l'ouvrage.

Parmi les personnes qui s'occupent de la confection ou de la conduite des machines à vapeur, et que cet ouvrage peut intéresser par conséquent, il en est un grand nombre qui sont peu familiarisées avec les termes algébriques, et qui renoncent ordinairement à la lecture d'un livre aussitôt qu'elles le voient s'éloigner des simples notions arithmétiques. Lorsqu'on veut rendre la lecture d'un ouvrage profitable à ces personnes, il est d'usage de faire suivre chacune des formules définitives, de l'explication en toutes lettres des opérations arithmétiques qu'elle représente.

Avec le nombre de formules que contient cet ouvrage, un tel procédé deviendrait à peu près impraticable, car l'explication de chaque série de formules exigerait un nombre de pages considérable. Nous croyons donc pouvoir y suppléer avec avantage, en donnant ici la signification de chacun des signes employés dans les formules, c'est-à-dire en expliquant quelles sont les opérations arithmétiques qui sont représentées par ces signes. Avec un très petit nombre de notions à cet égard, les personnes que cet article peut intéresser, trouveront que la lecture des formules est tout aussi facile en signes algébriques, qu'écrites en toutes lettres; puisque ce n'est, après tout,

qu'une manière abrégée d'exprimer les mêmes choses, et que, de plus, les opérations à faire pour arriver au résultat sont bien plus claires et bien plus faciles à saisir. D'un autre côté, la connaissance de la signification des signes en usage ne peut exiger que quelques heures d'attention, et une fois qu'on en sera maître, on se trouvera en état de lire non-seulement les formules de cet ouvrage, mais toutes celles qui pourront se présenter dans des ouvrages différents. Nous croyons donc rendre un véritable service aux praticiens, en ajoutant ici les courtes notions qu'on va lire.

A, B, ... *a*, *b*, ... *l*, *m*, *n*, ... etc.; *α*, *β*, etc. Les lettres sont une manière abrégée d'écrire les nombres que ces lettres représentent. Ainsi, lorsqu'on a mesuré la course du piston d'une machine, et que cette course est, par exemple, de 17 ½ pouces, il serait fort incommode d'écrire dans toutes les formules, le nombre 17 ½. Dans ce cas, on remplace temporairement ce nombre par une lettre, comme *l*, par exemple; ensuite, chaque fois qu'on trouve la lettre *l*, il n'y a qu'à se rappeler qu'elle représente le nombre 17 ½, et en effectuant avec le nombre 17 ½ les opérations indiquées dans la formule relativement à la lettre *l*, on arrivera au résultat cherché.

= .... Ce signe signifie *égale*; il exprime qu'une quantité que l'on cherche est égale au nombre résultant de certaines opérations effectuées sur d'autres quantités connues. Ainsi, par exemple, si l'on trou-

vait l'expression

$$V = 60\,\nu,$$

cela signifierait que la quantité V est égale à 60 fois la quantité ν. Par conséquent, si l'on savait d'ailleurs que la lettre ν représente le nombre 100, il s'ensuivrait que la quantité inconnue V aurait pour valeur 60 fois 100, ou 6,000.

$+$ .... Ce signe signifie *plus*. Placé entre deux lettres ou deux nombres, il indique qu'on doit les ajouter ensemble. Si, par exemple, on trouve dans une formule une expression de la forme

$$1 + \delta,$$

cela veut dire qu'au nombre 1, il faut ajouter le nombre δ. Si donc l'on sait d'ailleurs que la lettre δ représente le nombre 0.14, il s'ensuivra que l'expression $1 + \delta$ aura pour valeur

$$1 + \delta = 1 + 0.14 = 1.14.$$

$-$ .... Ce signe indique *moins*. Ainsi, lorsqu'on trouve une expression de la forme

$$P - f - 2118,$$

cette expression revient à indiquer que du nombre P il faut retrancher successivement les nombres f et 2118. Si donc on sait que la lettre P représente le nombre 9360, et que la lettre f représente le nombre 144, l'expression cherchée aura pour valeur

$$P - f - 2118 = 9360 - 144 - 2118 = 7098.$$

$\times$ .... Ce signe remplace les mots *multiplié par*.

Ainsi, l'expression

$$a \times v$$

indique que les deux nombres représentés par les lettres a et v, doivent être multipliés l'un par l'autre, et le produit de cette multiplication sera la quantité exprimée ici par $a \times v$. Cette multiplication à effectuer s'exprime également en séparant les lettres par un point, ou en les écrivant simplement à la suite les unes les autres, sans aucune interposition de signe; de sorte que les expressions

$$a \times v \ldots\ldots, \quad a.v \ldots\ldots, \quad av,$$

reviennent au même, et expriment toutes trois le résultat de la multiplication des nombres représentés par a et v. Si par exemple on trouve une expression telle que la suivante

$$arv,$$

et que l'on sache que la lettre a exprime le nombre 1.57, la lettre r le nombre 2640.96, et la lettre v le nombre 300, l'expression arv aura pour valeur

$$arv = 1.57 \times 2640.96 \times 300 = 1,243,800.$$

$\div$ .... Ce signe remplace les mots *divisé par*.

Ainsi l'expression

$$\frac{S}{q}$$

exprime S divisé par a, ou le quotient résultant de la division du nombre exprimé par S, par le nombre exprimé par a.

Par exemple, si l'on a $S = 0.67$ et $a = 1.57$, il est clair que le terme $\frac{S}{a}$ aura pour valeur

$$\frac{S}{a} = \frac{0.67}{1.57} = 0.4268.$$

Une fraction peut avoir son numérateur ou son dénominateur composé de plusieurs nombres sur lesquels diverses opérations sont indiquées. Il faut alors exécuter d'abord ces opérations, de manière à réduire le numérateur et le dénominateur à un seul nombre, avant d'effectuer la division de l'un par l'autre, comme on l'a dit plus haut.

Si, par exemple, on a la fraction

$$\frac{10,000}{1.492 + 0.002415\,P},$$

et que l'on sache d'ailleurs que la lettre P représente le nombre 9360, on effectuera d'abord la multiplication du nombre 9360 par le nombre 0.002415, et l'on ajoutera au produit le nombre 1.492; ce qui donnera pour résultat le nombre 24.0964, lequel représentera, comme on le voit, le dénominateur de la fraction. Celle-ci pourra donc dès-lors être écrite sous la forme

$$\frac{10,000}{24.0964},$$

et elle se réduira par conséquent à indiquer le simple quotient de deux nombres, comme précédemment.

Si l'on trouve deux fractions séparées par le signe de l'addition, celui de la soustraction, ou celui de la multiplication, cela signifie qu'après avoir cherché séparément le quotient indiqué par chacune de ces fractions, il faut, soit les ajouter ensemble, soit les retrancher, soit les multiplier l'une par l'autre. Ainsi l'expression

$$\frac{S}{a} \cdot \frac{10,000}{1.492 + 0.002415 P}$$

exprime qu'après avoir cherché le quotient indiqué par chacune des deux fractions, il faudra multiplier le premier de ces quotients par le second. En supposant toujours aux lettres les mêmes valeurs numériques que précédemment, le produit des deux fractions serait ici le nombre définitif 176.

Il en serait de même si l'on trouvait deux fractions divisées l'une par l'autre. On réduirait d'abord chacune d'elles à un seul nombre, en prenant le quotient qu'elles représentent; puis on diviserait les deux quotients l'un par l'autre.

( ) ou [ ] ou { } ... La parenthèse indique que les diverses quantités qu'elle comprend, doivent être d'abord réduites à un seul nombre avant d'effectuer les autres opérations indiquées dans la formule.

Ainsi, par exemple, si l'on trouve dans une formule l'expression

$$(1+\delta)\nu,$$

cela veut dire que c'est l'expression $(1+\delta)$ tout entière, qui doit être multipliée par ν. Il faut donc former d'abord la somme $1+\delta$, et la multiplier ensuite par le nombre ν; tandis que si l'on avait seulement

$$1+\delta\nu,$$

cela voudrait dire qu'il faut former le produit $\delta\nu$, et y ajouter ensuite le nombre 1.

Il peut se rencontrer plusieurs parenthèses comprises les unes dans les autres, mais leur signification est toujours la même. Si l'on a l'expression

$$0.002415\,[(1+\delta)r+f],$$

cela signifie qu'il faut d'abord former la somme $(1+\delta)$, puis la multiplier par r; ensuite ajouter à ce produit la quantité f, ce qui donne le nombre représenté par la grande parenthèse; et enfin, multiplier ce dernier nombre par 0.002415.

Enfin, lorsqu'on trouve dans les formules une lettre surmontée d'un chiffre ou *exposant*, c'est la même chose que d'écrire cette lettre autant de fois de suite qu'il y a d'unités dans le chiffre ou exposant.

Par exemple, l'expression

$$\nu^2$$

remplace l'expression $v \times v$, ou v écrit deux fois de suite ; c'est-à-dire que c'est le produit de v par lui-même. Si donc on savait que $v = 300$, la quantité représentée par v^2 serait

$$v^2 = 300 \times 300 = 90,000.$$

Ces courtes explications sont tout ce qu'il faut pour lire et comprendre parfaitement toutes les formules contenues dans cet ouvrage. En remplaçant chacun des signes qu'on verra dans une formule par la périphrase que ce signe représente, on lira la formule telle qu'elle doit être exprimée, et en effectuant ensuite les opérations arithmétiques indiquées par ces signes, on parviendra au résultat cherché. Une formule n'est donc qu'une manière abrégée d'écrire la suite des opérations à exécuter pour parvenir au résultat dont on a besoin.

Nous ferons suivre cette explication de quelques exemples, que nous prendrons parmi les formules pratiques des machines à haute pression (pages 179-181).

I. Supposons qu'on ait la formule

$$v = \frac{S}{a} \cdot \frac{10,000}{6.6075 + 0.002415\,[(1 + \delta)\,r + f]},$$

qui est destinée à faire connaître la valeur inconnue de v ; et supposons que l'on sache, en outre, que les lettres comprises dans cette formule ont la valeur suivante (page 181) :

$$\begin{aligned} S &= 0.67 \\ a &= 1.57 \\ \delta &= 0.14 \\ r &= 2641 \\ f &= 144. \end{aligned}$$

On formera d'abord la somme $(1 + \delta)$ indiquée dans la

parenthèse intérieure, ce sera

$$1 + \delta = 1.14.$$

Ensuite on multipliera ce nombre par r ou 2641, et l'on obtiendra pour résultat

$$(1 + \delta) r = 1.14 \times 2641 = 3010.$$

On y ajoutera f ou 144, et la somme sera par conséquent la quantité indiquée par la grande parenthèse, savoir

$$[(1 + \delta) r + f] = 3154.$$

On multipliera ensuite cette somme par le nombre 0.002415, et le produit sera évidemment

$$0.002415 [(1 + \delta) r + f] = 0.002415 \times 3154 = 7.6170.$$

Ensuite on ajoutera à ce dernier résultat le nombre 6.6075, et l'on obtiendra

$$6.6075 + 0.002415[(1 + \delta)r + f] = 6.6075 + 7.6170 = 14.2245$$

Ce sera donc le dénominateur de la fraction qui forme la seconde partie de la formule. En effectuant la division du nombre 10,000 par le nombre qu'on vient d'obtenir il y a un instant, le quotient sera

$$\frac{10,000}{6.6075 + 0.002415[(1 + \delta)r + f]} = \frac{10,000}{14.2245} = 703.04.$$

D'un autre côté, en divisant S par a, ou les nombres 0.67 et 1.57 l'un par l'autre, on a la valeur de la fraction $\frac{S}{a}$, savoir

$$\frac{S}{a} = \frac{0.67}{1.57} = 0.4268.$$

En multipliant donc enfin ce dernier quotient par celui qu'on a obtenu un peu plus haut, on aura définitivement

$$v = \frac{S}{a} \cdot \frac{10,000}{6.6075 + 0.002415[(1 + \delta)r + f]} = 0.4268 \times 703.4 = 300.$$

Ainsi, on voit qu'en effectuant successivement la série de calculs indiqués par le peu de signes que nous avons expliqués précédemment, et en procédant graduellement des termes les plus simples à ceux qui sont plus composés, on arrivera sans peine au résultat définitif.

Nous donnerons quelques autres exemples de ces calculs; mais au lieu d'effectuer les opérations, nous nous bornerons à exprimer en toutes lettres la signification de la formule, ce qui reviendra au même.

II. Supposons que l'on ait la formule

$$ar = 4{,}140{,}750 \frac{S}{(1+\delta)v} - \frac{a}{1+\delta}(2736+f),$$

cela signifiera qu'on arrivera à la valeur cherchée de ar, en effectuant les opérations arithmétiques suivantes :

Ajoutez à l'unité le nombre représenté par la lettre δ, et multipliez cette somme par le nombre v.

Puis divisez le nombre S, par le produit ainsi obtenu, multipliez le quotient de cette division par le nombre 4,140,750; et écrivez à l'écart ce premier résultat partiel, qui représente le premier terme de la formule.

Ensuite, ajoutez encore à l'unité le nombre δ, et divisez par cette somme le nombre a.

De même ajoutez au nombre 2736 le nombre f, et multipliez la somme ainsi obtenue par le quotient précédent; puis mettez encore à l'écart ce second résultat partiel, qui représente le second terme de la formule.

Enfin, du premier résultat partiel, retranchez le second, et la différence sera la quantité cherchée ar.

En effectuant ces diverses opérations avec les valeurs de S, a, δ, r et f, données plus haut, et supposant de plus le cas où la lettre v aurait la valeur $v = 300$, on

trouve que la quantité cherchée ar aura pour valeur définitive

$$ar = 4,146.$$

III. Si l'on a la formule

$$S = \frac{av}{10,000}\left\{6.6075 + 0.002415\left[(1+\delta)r + f\right]\right\};$$

cette formule reviendra à l'explication arithmétique suivante :

Au nombre 1, ajoutez le nombre δ, et multipliez la somme par le nombre r.

A ce produit ajoutez le nombre f, et multipliez la somme résultante par le nombre 0.002415.

Puis à ce dernier produit, ajoutez le nombre 6.6075, et gardez séparément ce résultat partiel, qui exprime l'ensemble de toutes les opérations comprises dans la grande parenthèse.

Ensuite multipliez le nombre a par le nombre v, et divisez le produit par le nombre 10,000, ce qui vous donnera un autre résultat partiel, exprimant la portion de la formule placée hors de la parenthèse.

Enfin, multipliez le premier résultat partiel par le second, et le produit définitif sera la valeur cherchée de S.

Pour les valeurs attribuées précédemment aux différentes lettres comprises dans la formule, le résultat du calcul donnera $S = 0.67$.

IV. Si l'on a la formule

$$v' = \frac{S}{a} \cdot \frac{10,000}{1.492 + 0.002415P};$$

elle reviendra à la paraphrase suivante :

Multipliez le ombre 0.002415 par le nombre P; au

résultat ajoutez le nombre 1.492; divisez par la somme ainsi obtenue, le nombre 10,000, et inscrivez à part le quotient de cette division.

Ensuite divisez le nombre S par le nombre a, ce qui vous donnera un second quotient.

Enfin, multipliez le premier quotient par le second, et le produit résultant sera la valeur cherchée de v'.

Avec les valeurs déjà indiquées pour les lettres, et de plus, pour $P = 9360$, le résultat de la formule précédente donnera $v' = 176$.

V. Enfin, pour dernier exemple, nous supposerons la formule

$$ar' = \frac{a}{1 + \delta}(P - f - 2118).$$

Il est clair qu'elle signifiera ce qui suit :

Du nombre P, retranchez d'abord le nombre f, et ensuite retranchez encore du reste le nombre 2118.

Ensuite au nombre 1 ajoutez le nombre δ, et divisez le nombre a, par la somme ainsi obtenue.

Enfin, multipliez ce dernier quotient par la différence obtenue précédemment, et le produit définitif ainsi formé sera la valeur cherchée de ar'.

Les opérations ainsi indiquées, pour le cas où les lettres ont les valeurs déjà données plus haut, produisent pour la valeur cherchée de ar', la quantité $ar' = 9777$.

On voit donc combien il est facile de remplacer toutes les formules par leur expression en toutes lettres, et par conséquent la vue des formules algébriques ne doit nullement arrêter les personnes peu familiarisées avec l'algèbre.

FIN.



